

# Андрей Дроздюк

Mémoires de l'Académie

Tome XVIII.

## ЛОГИСТИЧЕСКАЯ КРИВАЯ

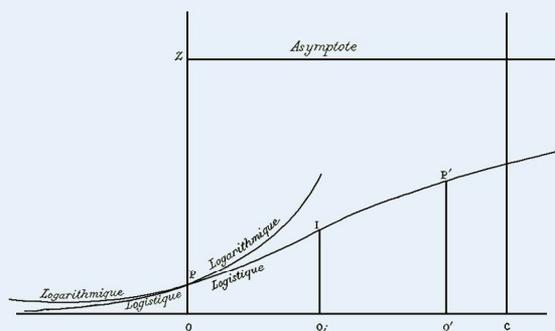


Tableau de la Population Française

Mémoire sur la population par M. P. Verhulst



А. В. ДРОЗДЮК

# ЛОГИСТИЧЕСКАЯ КРИВАЯ



CHOVEN

Издательство «Choven»

ТОРОНТО – 2019

УДК 510.67:303.094 + 314.1:314.8

Д 75

**Дроздюк А. В.**

Д 75 Логистическая кривая. — Торонто:  
Choven, 2019. — vi + 271 + [3] с.

ISBN 978-0-9866300-2-6

Книга посвящена логистической кривой — одной из семейства кривых S-образной формы.

Показано, что из себя представляет логистическая кривая и как она может быть использована для анализа и моделирования процессов развития различной природы. Излагается история появления логистической кривой.

Приведены примеры использования кривой для моделирования процессов роста и для оценок потерь численности народонаселения.

Для широкого круга читателей.

Может быть полезна демографам, историкам, экономистам, студентам и преподавателям.

УДК 510.67:303.094 + 314.1:314.8

Library and Archives Canada Cataloguing in Publication Data

**www.choven.ca**

© А. В. Дроздюк, 2019

Издательство «Choven Corp.»

## ВВЕДЕНИЕ

*The logistic curve stands out in the history of population ecology as one of the more fruitful and at the same time unsatisfactory models of population growth.*

Sharon Kingsland [31; с. 29]

(Логистическая кривая выделяется в истории популяционной экологии как одна из наиболее плодотворных и в то же время неудовлетворительных моделей роста популяций.

Шарон Кингсланд)

Логистическая кривая — это одна из семейства S-образных кривых. S-образные кривые — это графические отображения математических выражений, которые используются для математического моделирования динамических процессов различной природы в различных науках — таких, например, как физика, химия, биология, демография, медицина, статистика, экономика и эконометрика, социология, психология, лингвистика, педагогика.

Логистическая кривая изначально была представлена как кривая, отображающая рост численности народонаселения.

Большую роль в популяризации идеи роста численности популяций по траектории логистической кривой сыграл Раймонд Пирл (Raymond Pearl; 1879–1940) и такие ученые, в той или иной степени с ним связанные, как Альфред Джеймс Лотка (Alfred James Lotka; 1880–1949), Георгий Францевич

Гаузе (Georgii Frantsevich Gause; 1910–1986), Джордж Удни Юл (George Udny Yule; 1871–1951) и Томас Парк (Thomas Park; 1908–1992) [31; с. 29].

В отношении статуса кривой и сферы ее применимости шли достаточно острые споры, но со временем страсти поутихли и кривая нашла свое место в арсенале средств науки.

Концепция логистической кривой должна была раньше или позже появиться. И связано это со следующими очень простыми соображениями. Достаточно сложные системы обладают таким свойством, как поведение. То есть система реагирует на состояние внешней среды. Одно из проявлений такого реагирования — эволюция или развитие системы, когда система меняется количественно или качественно.

Графически процесс реагирования может быть представлен в виде траектории перехода системы от одного состояния к другому или с одного уровня развития на другой. Траектория эта не может скачком, без затраты времени достигнуть какого-либо уровня и не может идти в бесконечность, поскольку в реальном мире на осуществление какого-либо действия требуется время и не бывает так, чтобы что-то росло или увеличивалось до бесконечности — существует предел всякому росту.

Поэтому, когда пришло время осмысливать процесс роста численности населения, начали искать математическое выражение, удовлетворяющее указанным двум условиям. В результате было предложено решение, согласно которому население растет сначала с ускорением, а затем с замедлением — до тех пор, пока не установится на некотором уровне. Кривую, которая графически отражает такой рост, Ферхюльст — автор математического уравнения этой кривой — назвал логистической.

Кривая имеет три участка: первый — достаточно пологий, второй (средняя часть траектории) — крутой, и третий — снова пологий. Кривая постепенно приближается к некоторому конечному, предельному уровню, на котором и устанавливается.

На сегодня имеется обширная литература по вопросам динамики популяций — краткие, но достаточно содержательные обзоры по теории популяций можно найти, например, в части

третьей (Chapter III. Population Theory) первого тома исследования Организации Объединенных наций «*The Determinants and Consequences of Population Trends*» (Детерминанты и последствия демографических тенденций) [81], а основные работы — в книге профессора Джулиана Саймона (Julian Lincoln Simon; 1932–1998) «*The Economics of Population: Classic Writings*»<sup>1</sup> (Экономика народонаселения: Ключевые классические сочинения).

О том, как формировалась идея логистического роста, о моделировании процессов роста популяций или иных явлений с помощью логистической кривой и о возможных областях ее применения и пойдет речь в данной книге.

Книгу хотелось написать так, чтобы читатели, не имеющие достаточного уровня подготовки по математике, не ощущали неудобств при чтении.

---

<sup>1</sup> Julian L. Simon, ed. *The Economics of Population: Classic Writings*. — New Brunswick (U.S.A), London (U.K.): Transaction Publishers, 1988. — xxiii + 225 p.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Я чрезвычайно признателен консультантам из Интернета, которые помогали ориентироваться в обширной литературе по тематике данной книги и консультировали меня по некоторым вопросам.

Я премного благодарен всем выложившим в Интернет источники информации, без которых было бы невозможно собрать и обработать необходимый для публикации объем материала — таким, как компания Google (<https://books.google.com>), сайт The Internet Archive (<https://archive.org/>) и иным организациям и частным лицам.

Я глубоко признателен своей маме, Кумке Мирославе Михайловне, за ценные замечания и советы по структуре и организации материала книги и отцу, Дроздюку Валерию Николаевичу, за помощь в сборе информации и подбору литературы по теме книги, за выполненные им иллюстрации, за советы по содержанию книги и за помощь при написании русскоязычной версии книги.

В знак признательности своим родителям, помощникам, в основном безымянным, из Интернета, всем тем, кто обеспечивал информацией или помогал добрым советом, дальнейшее изложение пойдет как бы и от имени всех тех, кто так или иначе причастен к тому, что книга состоялась.

Андрей Дроздюк  
Торонто, 2019

## Глава I

### ЛОГИСТИЧЕСКАЯ КРИВАЯ

Логистическая кривая — это кривая S-образной формы (*S-shaped*). Кривая плавно отходит от исходного или начального уровня и плавно, постепенно приближается к другому — конечному уровню. Или, как сказали бы математики, логистическая кривая — это графическое изображение гладкой монотонной нелинейной S-образной функции, аналитическое представление которой имеет вид [8; с. 234]:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}. \quad (1.1)$$

Здесь  $e \approx 2,718$  — основание натуральных логарифмов.

Для построения графика, в частности, в области положительных значений  $x$ , выражение (1.1) удобнее представить в следующем виде:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{e^x}\right)} = \frac{e^x}{1 + e^x}. \quad (1.2)$$

Построенная в соответствии с выражением (1.2) кривая приведена на рис.1.1. Значения  $x$  отложены по горизонтали, по вертикали отложены значения  $y = f(x)$ .

Исходный или начальный уровень — это уровень 0 на рис. 1.1, совпадающий с осью  $x$  абсцисс. Конечный уровень — это уровень 1, показанный на рис. 1.1 пунктирной линией. Кривая к обоим уровням приближается асимптотически.

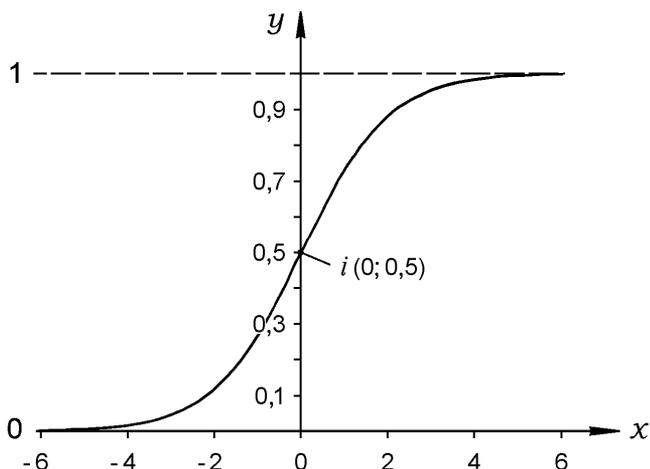


Рис. 1.1. Логистическая кривая

Таким образом, нулевой и единичный уровни — уровни 0 и 1 — это нижняя и верхняя асимптоты логистической кривой. Точка  $i$  с координатами  $x = 0$  и  $y = 0,5$  называется точкой перегиба (*inflection point*). До точки  $i$  крутизна кривой на рис. 1.1 увеличивается, после — уменьшается. Логистическая кривая симметрична относительно точки перегиба.

Уравнение кривой вида (1.1) или (1.2) может быть записано в дифференциальной форме [28; с. 277, (3)], [32; с. 84, (4.3)]:

$$\frac{dy}{dx} = y(1 - y). \quad (1.3)$$

Уравнение в дифференциальной форме показывает, какую скорость  $v$  имеет процесс перехода с уровня на уровень в каждой точке логистической кривой. Иными словами, показывает,

какую скорость  $v$  имеет точка, перемещающаяся по траектории логистической кривой, в каждой точке этой кривой:

$$v = \frac{dy}{dx} = y(1 - y). \quad (1.4)$$

Здесь  $v$  — мгновенная скорость — скорость в какой-либо точке логистической кривой. Поскольку логистическая кривая расположена между уровнями 0 и 1 на рис. 1.1, значения  $y$  в формуле (1.3) или (1.4) заключены также между этими уровнями, то есть изменяются в пределах  $0 \leq y \leq 1$ .

На рис. 1.2 представлен график скорости перехода с уровня на уровень, построенный в соответствии с уравнением (1.4). По горизонтали отложено расстояние между нижней и верхней асимптотами — между уровнями 0 и 1, к которым подходит кривая на рис. 1.1, а по вертикали отображается мгновенная скорость  $v$  для каждой точки логистической кривой.

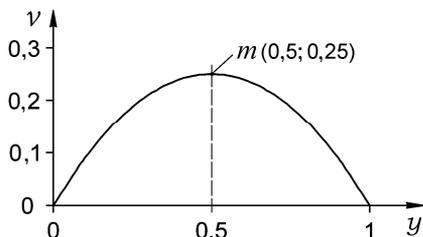


Рис. 1.2. Изменение скорости в процессе перехода с уровня на уровень

Из рис. 1.2 видно, что скорость перехода с уровня на уровень максимальна в точке  $m$  с координатами  $y = 0,5$  и  $v = 0,25$ .

График рис. 1.1 показывает по какой траектории развивается процесс перехода с уровня на уровень; график рис. 1.2 показывает какова скорость в каждой точке кривой в процессе перехода с уровня на уровень. Для наглядности оба графика могут быть отображены на одном — так, например, как показано на графике рис. 1.3. Здесь график рис. 1.2 повернут против часовой стрелки на  $90^\circ$ .

Из рис. 1.3 видим, что скорость перехода с уровня на уровень максимальна в середине процесса перехода — в точке  $i$ , поскольку в точке  $i$  соответствует точка  $m$ , в которой скорость  $v$  перехода с уровня на уровень максимальна.

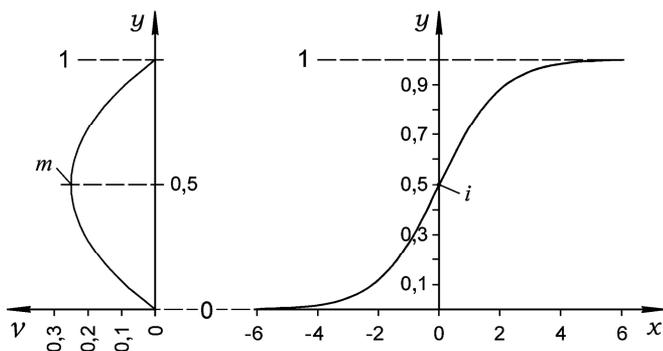


Рис. 1.3. Скорость  $v = f(y)$  и траектория  $y = f(x)$  перехода с уровня на уровень

Иногда отмечают, что изображенная на рис. 1.1 кривая — это униполярная кривая. Слово “униполярный” в таком случае означает, что кривая располагается либо в области отрицательных, либо в области положительных значений  $y$ . В нашем случае — это область положительных значений. Представить униполярную логистическую кривую в виде биполярной логистической кривой можно с помощью следующего уравнения [8; с. 234]:

$$f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}.$$

График такой кривой отличается от представленной на рис. 1.1 тем, что половина кривой находится в области отрицательных значений  $y$ , то есть ниже оси  $x$  координат, а половина — в области положительных значений  $y$ , то есть выше оси  $x$  координат — так что ось  $x$  абсцисс проходит через точку  $i$  перегиба. Переход осуществляется с уровня  $-1$  на  $+1$ .

## НАЗВАНИЯ S-ОБРАЗНЫХ КРИВЫХ

Из-за того, что обмен информацией между учеными до середины XX века был недостаточно эффективен, логистическую кривую неоднократно «открывали» математики, биологи, экономисты. Кроме того имеется ряд кривых S-образной формы, которые описываются иными, нежели логистическая кривая, уравнениями.

Поэтому в литературе можно встретить такие названия для кривых S-образной формы, как S-образная кривая (*S-curve*; *S-shaped curve*) или сигмоидальная (сигмоидная) кривая (*sigmoid curve*; *sigmoidal curve*) — из-за их схожести с латинской буквой S или греческой буквой сигма ( $\varsigma$ ), логистическая кривая (*logistic curve*), кривая Ферхюльста, кривая Ферхюльста-Пирла, кривая логистического роста Ферхюльста-Пирла-Рида (*Verhulst-Pearl-Reed logistic growth curve*), кривая Гомперца (*Gompertz's curve*), кривая Фостера или S-образная кривая Фостера (*Foster's S-curve*), кривая Ричардса или обобщенная логистическая функция (*Richard's curve or generalised logistic function*), кривая роста (*growth curve*), кривая роста Бакмана (*Backman's growth curve*), автокаталитическая кривая (*autocatalytic curve*), сатурационная кривая (*saturation curve*), S-образная кривая жизненного цикла (*S-shaped curve of the life cycle*), кривая диффузии инноваций (*diffusion of innovations curve*), S-образная кривая диффузной модели Басса (*S-curve of Bass diffusion model*), кривая доза-эффект (*dose-response curve*).

Для уравнений S-образных кривых можно встретить, например, такие названия, как уравнение Ферхюльста-Пирла (*Verhulst-Pearl equation*), уравнение роста Ричардса (*Richards growth equation*), уравнение роста Бирча (*Birch growth equation*), уравнение роста Чантера (*Chanter growth equation*), уравнение Хилла (*Hill equation*), уравнение Фишера-Прая (*Fisher-Pry equation*), уравнение Моно-Уаймена-Шанже (*Monod-Wyman-Changeux (MWC) equation*), функция гиперболического тангенса (*hyperbolic tangent function*), униполярная или биполярная сигмоидальная функция (*unipolar or bipolar sigmoid function*).

При моделировании разнообразных процессов уравнения S-образных кривых могут называться моделями — с именами авторов, их предложивших. Например, можно встретить такие

названия моделей диффузии (распространения) какого-либо явления (технологии, знания, товара, etc.) [29]: модель Блэкмана (*Blackman model*), модель Мэнсфилда (*Mansfield model*), модель диффузии Басса (*Bass diffusion model*), модель Шарифа-Раманатана (*Sharif-Ramanathan Model*) — это комбинация моделей Колемана (*Coleman's model*) и Додда (*Dodd's model*), модель Шарифа-Кабира (*Sharif-Kabir Model*), которая может заменить собой три уравнения (модели) — Блэкмана (*Blackman*), Фишера-Прая (*Fisher-Pry*) и Флойда (*Floyd's model*).

Уравнения логистических кривых иногда называют законами («логистический закон», «*logistic law*») — как, например, Капур и Кхан [28; с. 277] или Галина Ризниченко [129; с. 54]. Хотя надо отметить, что каждый автор мог вкладывать в понятие «закон» свой смысл.

Еще примеры названий такого рода: логистический закон роста (*logistic law of growth*), закон роста популяций<sup>2</sup> (*law of population growth*), закон Пирла-Ферхюльста (*Pearl-Verhulst law*), закон МакКендрика и Пая (*McKendrick and Pai law*), закон Мозера (*law of Moser*), закон Тайзиера (*law of Teissier*), закон Джоста-Дрейка-Цучия-Фредриксона (*law of Jost-Drake-Tsuchiya-Fredrickson*), закон Шихата и Марра (*law of Shehata and Marr*), законы Павела и Дейбса-Финна-Уилки (*Powell and Dabes-Finn-Wilkie Laws*).

Имеем, таким образом, целый класс кривых S-образной формы — кривых с точкой перегиба (*general class of S-curves with points of inflection*). Как отмечают Дмитрий Кучерявый и Роланд Де Гио (*Dmitry Kucharavy & Roland De Guio*), существует множество кривых S-образной формы, которые различаются не столько по сути, сколько названиями («S-shaped curves are numerous and different not only by essence, but mostly by names» [35; с. 1]).

Так что нужно быть внимательным в отношении того, какую именно кривую имеет в виду тот или иной автор.

Ричард Фостер (*Richard N. Foster; PhD in Engineering and Applied Science from Yale University*), например, приводит в

---

<sup>2</sup> Популяция (от лат. *populatio* — население) — совокупность особей одного вида, обладающих общим генофондом и занимающих определенную территорию.

своей книге *«Innovation: The Attacker's Advantage»* (Обновление производства: атакующие выигрывают) кривую, которая отображает процесс зарождения, скачкообразного роста и постепенного достижения стадии полной зрелости технологического процесса или продукта [20; с. 31, график 2 The S-Curve]. Кривая выглядит как логистическая кривая. Фостер называет ее S-образная кривая (*S-curve*) и в Приложении 2 на странице 275 отмечает, что S-образная кривая — это логистическая кривая или кривая Гомперца («The S-curve, as you mathematician friends will tell you, is a “logistics” or “Gompertz” curve»). Фостер нигде в книге не приводит аналитического выражения для своей кривой, так что неясно, какую именно кривую он имеет в виду — логистическую или кривую Гомперца. Это разные кривые. Однако Фостеру в данном случае важен принцип, а не подходящая кривая для моделирования конкретного процесса — поэтому и та и другая кривая ему вполне подходит для иллюстрации излагаемой им концепции.

## Объект

Рассматривать далее логистическую кривую мы будем в основном в качестве модели в демографии,<sup>3</sup> поскольку именно здесь началось моделирование процессов роста с помощью логистической кривой, имеется достаточный опыт ее использования и накоплен достаточно большой объем статистических данных.

Уравнение кривой в этом случае составляется так, чтобы скорость роста численности населения зависела от численности самого населения. Получаем следующее уравнение:

$$\frac{dN}{dt} = N(1 - N). \quad (1.5)$$

Здесь  $t$  — время,  $N$  — численность населения (число индивидуумов).

Сказанное не означает, что моделирование явлений или процессов с помощью логистической кривой ограничивается

---

<sup>3</sup> Демография – наука о структуре и динамике народонаселения.

только сферой демографии — в других областях знаний, таких, как физика, химия, экономика, социальная сфера имеется достаточный опыт использования кривой для моделирования соответствующих процессов.

При практическом использовании кривой для моделирования процессов, способных к развитию, в правую часть уравнения (1.1) или (1.5) добавляют коэффициенты, которые «растягивают» или «сжимают» кривую по горизонтали и вертикали и позволяют совместить кривую с той или иной точностью с кривой, построенной на основе реальных данных динамики моделируемого процесса. Для населения уравнение скорости его роста — уравнение (1.3), (1.4) или (1.5) — при этом может выглядеть так [31; с. 30], [32; с. 74]:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left( \frac{K - N}{K} \right) \quad \text{или} \quad \frac{dN}{dt} = rN \left( 1 - \frac{N}{K} \right), \quad (1.6)$$

а уравнение логистической кривой вида (1.1) или (1.2) — кривой роста численности — так [31; с. 30], [32; с. 74]:

$$N = \frac{K}{1 + e^{a - rt}}. \quad (1.7)$$

Обозначения в уравнениях (1.6) и (1.7):

- $N$  — численность населения;
- $t$  — время;
- $r$  — коэффициент, от которого зависит скорость роста кривой — растягивает или сжимает логистическую кривую по горизонтали;
- $K$  — предельная численность населения (верхняя асимптота): изменяя  $K$ , мы, фактически, сжимаем или растягиваем логистическую кривую по вертикали;
- $e$  — основание натуральных логарифмов;
- $a$  — произвольный коэффициент, определяющий значение постоянной интегрирования  $C$ , так что  $e^a = C = N_0$ .

Смысл постоянной интегрирования  $C$  виден из следующего:

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{K}{1 + e^{a-rt}} = \frac{K}{1 + \left(\frac{e^a}{e^{rt}}\right)} = \frac{K}{\frac{e^{rt} + e^a}{e^{rt}}} = \frac{Ke^{rt}}{e^{rt} + e^a} = \\
 &= \frac{Ke^{rt}}{e^{rt} + e^a} = \frac{Ke^{rt}}{e^{rt} + C} = K \frac{e^{rt}}{N_0 + e^{rt}}.
 \end{aligned}$$

Здесь постоянный коэффициент  $e^a$  (постоянную интегрирования  $C$ ) мы обозначили как  $N_0$ , где  $N_0 \geq 1$  — это начальная численность популяции — та численность, с которой началась работа исследователя или которую исследователь принимает за начальный или исходный уровень численности популяции. Данное уравнение — это фактически уравнение вида (1.2), когда  $K = N_0 = r = 1$ .

Значение  $N_0 = 1$  возможно только в математической модели. В реальности при половом размножении нужна как минимум одна пара особей, а чтобы популяция не вымерла, нужна некоторая начальная минимальная численность ее.

Уравнения вида (1.6) и (1.7) применимы для моделирования динамики любой, а не только человеческой популяции.

В классическом труде биолога, математика, профессора Д'Арси Томпсона (D'Arcy Wentworth Thompson, 1860–1948) «*On Growth and Form*» (Рост и форма) [78] приведено много примеров кривых роста различных живых организмов — отдельных клеток, бактерий, моллюсков, рыб, растений, животных и человека — и их популяций.

Теперь несколько слов о том, как люди приходили к пониманию того, что их численность увеличивается по кривой определенного вида.

## Глава II

### ИСТОРИЯ ВОПРОСА

Когда говорят об истории возникновения, становления и развития методов математического моделирования динамики популяций, то, среди причастных к этому процессу, в качестве своеобразных вех обычно упоминают Томаса Мальтуса, Пьера Франсуа Ферхюльста, Раймонда Пирла. Первым, случается, упоминают Фибоначчи.

Так, профессор Ульрих Краузе (Ulrich Krause), например, пишет [34; с. 7]:

«The earliest population model at all is the one formulated by Leonardo di Pisa, better known as Fibonacci, in the early 13th century about the reproduction of rabbits».

(Самая ранняя из моделей популяции — это модель размножения кроликов, представленная Леонардо ди Пиза, более известного как Фибоначчи, в начале XIII столетия.)

Профессор Галина Ризниченко в своей книге *«Математические модели в биофизике и экологии»* [128; с. 83, с. 31] пишет:

«Первая дошедшая до нас математическая модель динамики популяций приводится в книге «Трактат о счете» («Liber abaci»), датированной 1202 годом, написанной крупнейшим итальянским ученым Леонардо Фибоначчи — Леонардо из Пизы (предположительно 1170–1240). < ... > Первые модели динамики популяций — это ряд Фибоначчи (1202), модель экспоненциального роста (1798) Мальтуса, модель ограниченного роста Ферхюльста (1838) ...»

## ФИБОНАЧЧИ

Леонардо Фибоначчи был самым значительным математиком Европы эпохи средневековья. Родился он в Италии в городе Пиза предположительно в 1170 году и умер после 1240 года [106; с. 2].

Во времена Леонардо не существовало фамилий. Человека называли по имени и месту его рождения. Поэтому самого Леонардо при его жизни называли Leonardo Pisano (Леонардо Пизано) или Leonardo da Pisa (Леонардо да Пиза). На итальянском языке Leonardo Pisano — это Леонардо пизанский, а Leonardo da Pisa — это Леонардо из Пизы. На латыни Леонардо Пизано будет Leonardus Pisanus. Привычное нам Фибоначчи при имени Леонардо появилось уже после смерти Леонардо и означает «из рода Боначчи» [106; с. 20].

Имя Фибоначчи совершенно не было бы известно широкой общественности, если бы не представленная им в качестве решения числовая последовательность в задаче о кроликах из его трактата «*Liber Abaci*» и не предложение французского математика Эдуарда Люка (François Édouard Anatole Lucas; 1842–1891) назвать эту последовательность именем Фибоначчи [106; с. 130]. И если имя Фибоначчи навеки внесено в списки творцов математической науки благодаря его трудам, то широкую известность он получил именно благодаря задаче о кроликах: мало кто не слышал про числа Фибоначчи или про ряд Фибоначчи.

### ***Liber Abaci***

Трактат «*Liber Abaci*» («Трактат о счете» или «Книга счета») появился в 1202 году, а в 1228 году появился второй, переработанный и дополненный вариант рукописи.

«*Liber Abaci*», представляющий собой собрание арифметических и алгебраических сведений того времени, не дошел до нас в оригинале и известен по нескольким сохранившимся копиям рукописи 1228 года — Фибоначчи жил до изобретения книгопечатания, так что его труды были рукописными и чтобы получить копию труда нужно было от руки переписать его. В трактате детально описываются действия над числами — правила сложения, вычитания, умножения и деления, которые

мы изучаем сегодня в начальной школе, и приводятся многочисленные примеры и задачи, иллюстрирующие применения правил. Рассматривается в трактате, в частности, следующая задача [106; с. 43]:

**«Quot paria conicolorum in uno anno ex uno pario germinentur.**

Quidam posuit unum par cuniculorum in quodam loco, qui erat undique pariete circumdatus, ut sciret, quot ex eo paria germinarentur in uno anno: cum natura eorum sit per singulum mensem aliud par germinare; et in secundo mense ab eorum natiuitate germinant».

**(Сколько пар кроликов родится за год от одной пары?)**

Некто поместил пару кроликов в некоем огороженном месте, чтобы узнать, сколько пар кроликов родится в течение года. Природа кроликов такова, что через месяц пара кроликов производит на свет другую пару, а в первый раз пара дает потомство через два месяца после своего рождения.)

**Ряд Фибоначчи**

Фибоначчи представляет решение в виде следующего ряда чисел [106; с. 44]:

$$1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377. \quad (2.1)$$

Поясняет Фибоначчи и способ получения результата: величина каждого последующего члена равна сумме двух предыдущих. Ряд (2.1) вошел в историю как ряд Фибоначчи, а его члены — как числа Фибоначчи.

Последовательность вида (2.1) может быть записана с помощью следующего рекуррентного соотношения — правила для нахождения последующего члена [106; с. 50]:

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n.$$

Здесь  $F$  — член последовательности, а нижний индекс — его номер в ряду чисел.

Сам Фибоначчи не придал никакого значения задаче о кроликах — это была для него просто одна из многочисленных приводимых им в его трактате задач.

В 1356 году, то есть спустя полтора века после Фибоначчи, аналогичную задачу — только с коровами — представил в своем труде «*Ganita Kaumudi*» Нараяна Пандит (Narayana Pandit) [106; с. 56]. Однако его никто не упоминает среди первых, моделировавших динамику популяций.

Поэтому говорить, что задача Фибоначчи о кроликах — это первая дошедшая до нас математическая модель динамики популяций не совсем корректно: не ставил Фибоначчи себе целью исследование закономерностей, по которым изменяется численность какого-либо вида. Этот факт отмечают некоторые авторы. Так, Никола Бакаер (Dr. Nicolas Baccar) в Главе 1 своей книги «*A Short History of Mathematical Population Dynamics*» [2; с.1] пишет:

«Fibonacci considered in his book what one would today call a problem in population dynamics. But it appeared just as a computational exercise in the middle of other unrelated subjects ...»

(Фибоначчи рассмотрел в своей книге то, что сегодня можно было бы обозначить как проблему динамики популяций. Однако видно, что это лишь одна из задач на вычисление среди прочих ...)

То же отмечают и авторы книги «*Gender-Structured Population Modeling: Mathematical Methods, Numerics, and Simulations*» [25; с. xiii, с. 2]:

«The first mathematical model for populations is attributed to Leonardo Pisano, better known as Fibonacci, < ... > Surprisingly, the first mathematical model of a population was not actually intended as a model but was simply a kind of entertainment problem».

(Первую математическую модель популяций приписывают Леонардо Пизано, более известному как Фибоначчи, < ... > Как ни странно, но первая математическая модель популяции не была на самом деле моделью, а была просто своего рода развлекательной задачей.)

Труды Фибоначчи были забыты и обнаружены через несколько столетий. Поэтому задача про кроликов не могла привлечь внимания тех, кто в той или иной форме затрагивал проблемы роста народонаселения и не могла стимулировать появление новых работ в области математического моделирования динамики популяций. Появляться такого рода работы стали в XVIII веке.

## МАЛЬТУС

В XVIII веке закончилась эпоха великих географических открытий. Человечество получило достаточно полные представления о размерах Земли и очертаниях континентов. Появилась возможность задумываться о проблемах, существующих в масштабах всего земного шара, то есть о глобальных проблемах.

На одну из таких проблем — проблему роста населения планеты и обеспечения его средствами существования<sup>4</sup> — указал английский ученый XVIII столетия Томас Роберт Мальтус (Thomas Robert Malthus; 1766–1834) в своей книге *«Опыт о законе народонаселения»*.

### **Опыт о законе народонаселения**

«... Adam Smith has left a book which “every one praises and nobody reads,<sup>5”</sup> Malthus a book which no one reads and all abuse»<sup>6</sup>.

James Bonar (1852–1941),  
Malthus’s biographer

---

<sup>4</sup> Средства существования (*means of subsistence*) — все то, что необходимо для существования людей: пища, одежда, жилье, вещи, предметы, потребительские товары и услуги, материальные и духовные ценности.

<sup>5</sup> Бонар, видимо, имеет здесь в виду известное высказывание Марка Твена о том, что такое классика: «“Classic.” A book which people praise and don’t read». («Классика» — книга, которую люди хвалят, но не читают.) — *Примеч. наше*. — См. Ch. XXV, с. 241 в книге: Mark Twain (Samuel L. Clemens). *«Following the Equator: A Journey Around the World»*. — Hartford: American Publishing Co.; New York: Doubleday & McClure Co., 1897. — 712 p.

<sup>6</sup> см. с. 7 в книге: Bonar, James. *Parson Malthus*. — Edinburgh: Printed for private circulation, 1880. — 55 p. или с. 3 в книге: Bonar, J. *Malthus and his Work*. — London: Macmillan and Co., 1885. — ix + 432 p.

(Адам Смит написал книгу, которую «все хватают, но никто не читает»; Мальтус — книгу, которую тоже никто не читает, но все бранят.

Джеймс Бонар,  
биограф Мальтуса)

«*Опыт о законе народонаселения*», опубликованный анонимно в Лондоне в 1798 году, принес его автору — английскому священнику и экономисту Томасу Мальтусу — широкую известность. Полное название труда: «*Опыт о законе народонаселения и его влиянии на будущее улучшение общества, с замечаниями на размышления г-на Годвина, месье Кондорсе и других сочинителей*» [41].

Мальтус и по сей день известен широкой публике главным образом этим своим трудом о народонаселении, хотя помимо этого он пользовался славой первоклассного экономиста за свой пространный трактат по политической экономии (*Principles of Political Economy*, 1820) и исследования по экономическим вопросам. С 1805 года и до конца жизни Мальтус занимал должность профессора истории и политической экономии в колледже Ост-Индской компании.

«Опыт» вырос из дискуссий с отцом относительно идей маркиза де Кондорсе и Уильяма Годвина о будущем человечества и по сути своей был полемическим произведением. Poleмика была, в первую очередь, с Уильямом Годвином.

## **Уильям Годвин**

Уильям (Вильям) Годвин (William Godwin; 1756–1836) — известный и уважаемый английский публицист, писатель, философ, математик и общественный деятель. В своих сочинениях отразил все наиболее значимые идеи, ценности и проблемы своей эпохи. Сочинения его были популярны в английском обществе, их много читали, критиковали и комментировали. Годвин верил в способность человека к безграничному совершенствованию и в наступление золотого века для всего человечества. Идеи Годвина находили себе горячих приверженцев, к числу которых принадлежал и Мальтус-отец.

Главное сочинение Годвина, навеянное идеями французского Просвещения, — «*Исследование о политической спра-*

ведливости и ее влиянии на всеобщую добродетель и счастье»<sup>7</sup>. В нем автор развивает свои взгляды на государство и выстраивает идеальный строй полного равенства и свободы.

В 1797 году появляется сборник сочинений Годвина на общеобразовательные, литературные и социальные темы «*Исследователь: размышления о воспитании, нравах и литературе. Сборник сочинений*»<sup>8</sup>. В нем Годвин пытается изложить свои философские взгляды насколько возможно в доступной форме. Одно из сочинений сборника — «*Of Avarice and Profusion*» (О скупости и расточительности; PART II, ESSAY II, сс.168–184 в сборнике), проникнутое верой Годвина в рационализм человека и надеждами на совершенствование человечества, и подтолкнуло Томаса Мальтуса к написанию его «Опыта». Об этом сам Мальтус сообщает нам в самом начале своего предисловия [41; с. i]:

«The following Essay owes its origin to a conversation with a friend, on the subject of Mr. Godwin's Essay on avarice and profusion in his Enquirer».

(Настоящее эссе обязано своим происхождением разговором с приятелем по поводу эссе мистера Годвина о скупости и расточительности из его «Исследователя».)

## Маркиз де Кондорсе

Маркиз де Кондорсе (Marie Jean Antoine Nicolas de Caritat, marquis de Condorcet; 1743–1794) — французский философ и математик, аристократ, друг Вольтера, яркий представитель эпохи Просвещения. Горячо приветствовал революцию 1789 года, но затем стал ее жертвой. Пока Кондорсе был в состоянии скрываться, он написал в 1794 году интересную филосо-

---

<sup>7</sup> Godwin W. «*An Enquiry Concerning the Political Justice, and its Influence on General Virtue and Happiness*». (In 2 vols). — London: Printed for G. G. and J. Robinson, Paternoster-Row, 1793. — Vol. I: xxx + 378 p.; Vol. II: xv + pp. 379–895. (P. 897 — Errata.) — Начиная со второго издания (1796) труд выходил под названием: William Godwin. «*Enquiry Concerning Political Justice, and its Influence on Morals and Happiness*».

<sup>8</sup> Godwin, William. «*The Enquirer. Reflection on Educations, Manners, and Literature. In a Series of Essays*». — London: Printed for G. G. and J. Robinson, Paternoster-Row, 1797. — xii + 481 p. + p. 483 (Errata).

фскую работу «*Эскиз исторической картины прогресса человеческого разума*»<sup>9</sup>. Книга дышит такой же верой в движение человечества к светлому будущему и всеобщему счастью, что и работы Годвина. Вскоре после завершения книги Кондорсе был арестован, а спустя два дня после ареста был найден мертвым в своем заточении. Так и неизвестно, умер ли он естественной смертью, был убит или покончил с собой, чтобы избежать возможных истязаний.

### **Суть «Опыта»**

В своем «Опыте» Томас Мальтус говорит о том, что не будет у человечества такого всеобщего счастья и благоденствия, как предсказывают Годвин и Кондорсе. Часть человечества ожидает не процветание, а голод и сопутствующие ему беды.

Причина в том, что численность людей всегда превышает находящийся в их распоряжении объем средств существования. Поэтому еды на всех не хватает и часть людей постоянно голодает. Людей всегда в избытке потому, что человечество обладает способностью увеличивать свою численность настолько быстро, что производство средств существования просто не поспевает за такими темпами роста населения [41; с. 143–144, с. 153]:

«At every period during the progress of cultivation, from the present moment, to the time when the whole earth was become like a garden, the distress for want of food would be constantly pressing on all mankind, if they were equal. Though the produce of the earth might be increasing every year, population would be increasing much faster; and the redundancy must necessarily be repressed by the periodical or constant action of misery or vice. < ... > this constantly subsisting cause of periodical misery, has existed ever since we have had any histories of mankind, does exist at present, and will for ever continue to exist, unless some decided change take place, in the physical constitution of our nature».

---

<sup>9</sup> Condorcet, Nicolas. «*Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain*». Ouvrage posthume de Condorcet. — A Paris : Chez Agasse, (1795). — viii + 389 p. (Фр.)

(На каждом этапе по мере прогресса в возделывании земли — от настоящего момента и до момента, когда вся земля превратится в сад, — недостаток пищи будет постоянно давить на все человечество, обеспечивая баланс, соответствие. Хотя продукция земли может с каждым годом увеличиваться, население будет увеличиваться гораздо быстрее, и избыточность его будет обязательно подавляться периодическим или постоянным действием страданий или порока. < ... > эта, постоянно существующая причина периодической нищеты, существует от самого начала истории человечества, существует в настоящее время, и будет всегда существовать, если не изменится физическая сущность нашей природы.)

Быстрое размножение и стремление к безграничному размножению — это один из общих законов живой природы. Человеческое общество, так же как растительный и животный мир, подчиняется действию этого закона [41; с. 346]:

«The perpetual tendency in the race of man to increase beyond the means of subsistence, is one of the general laws of animated nature, which we can have no reason to expect will change».

(Вечная людская тенденция к увеличению своей численности сверх доступных средств к существованию является одним из общих законов живой природы, и у нас нет оснований полагать, что закон этот изменится.)

При этом, при размножении в благоприятных условиях, когда нет препятствий для размножения, число людей возрастает в геометрической прогрессии, а средства существования даже в самых благоприятных условиях не могут возрастать быстрее, чем в арифметической прогрессии [41; с. 14]:

«Population, when unchecked, increases in a geometrical ratio. Subsistence increases only in an arithmetical ratio».

(Население, если оно не встречает препятствий, увеличивается в геометрической прогрессии, а средства к существованию — только в арифметической.)

Америка в период ее колонизации — это во времена Мальтуса территория, где рост численности переселенцев ничем прак-

тически не ограничивался. Скорость, с которой увеличивалась численность населения, — удвоение за 25 лет — Мальтус принял за условную норму в своей модели динамики численности популяции [41; сс. 20–21]:

«In the United States of America, where the means of subsistence have been more ample, the manners of the people more pure, and consequently the checks to early marriages fewer, than in any of the modern states of Europe, the population has been found to double itself in twenty-five years. This ratio of increase, though short of the utmost power of population, yet as the result of actual experience, we will take as our rule; and say, that population, when unchecked, goes on doubling itself every twenty-five years, or increases in a geometrical ratio».

(В Соединенных Штатах Америки, где средств к существованию несравненно больше, нравы людей чище, и, следовательно, препятствий ранним бракам меньше, чем в любом из современных государств Европы, население, как было установлено, удваивается за двадцать пять лет. Эту скорость роста, которая хотя и не вполне соответствует предельно возможной способности населения к размножению, но является результатом фактических данных, мы примем за норму и будем считать, что население, когда не встречает препятствий, удваивается каждые двадцать пять лет или увеличивается в геометрической прогрессии.)

Все возможные препятствия размножению Мальтус разделяет на предупредительные (*preventive checks*), которые препятствуют увеличению численности народонаселения, и разрушительные (*positive checks*), которые приводят к гибели людей или сокращают естественную продолжительность человеческой жизни [42; с. 9]:

«The checks to population, which are constantly operating with more or less force in every society, and keep down the number to the level of the means of subsistence, may be classed under two general heads; the preventive, and the positive checks».

(Препятствия к размножению населения, действующие постоянно, с большей или меньшей силой во всех человеческих обществах и удерживающие численность населения на уровне его средств существования, могут быть сведены к двум основным группам — препятствия предупредительные и разрушительные.)

Препятствия этих двух групп могут быть сведены к трем видам: нравственное обуздание, пороки и несчастья [42; с. 11]:

«On examining these obstacles to the increase of population which I have classed under the heads of preventive, and positive checks, it will appear that they are all resolvable into moral restraint, vice, and misery».

(При рассмотрении этих препятствий увеличению численности населения, которые я отнес к препятствиям предупредительным и разрушительным, видно, что все они сводятся к нравственному обузданию, пороку и несчастью.)

По Мальтусу выходит, что если любое общество предоставить самому себе, то оно в конце концов придет к голоду, а не к процветанию. Голод есть скорее нормальное, нежели экстремальное состояние общества. Вся история человечества свидетельствует, что часть людей всегда голодала в прошлом. Голодает и сейчас. Так будет и в будущем.

О каком всеобщем благоденствии может идти речь при таком положении вещей? Вся история человечества — это постоянные войны и захват новых территорий. Основная причина войн — нехватка места и пищи на обжитых территориях (*One of its first causes, and most powerful impulses, was undoubtedly an insufficiency of room and food* [42; с. 500]) и борьба за новые источники средств существования.

Здесь же впервые появляется у Мальтуса понятие «борьба за существование» (*a struggle for existence*), когда он описывает столкновения между племенами [41; с. 47–48]:

«And when they fell in with any tribes like their own, the contest was a struggle for existence; and they fought with a desperate courage, inspired by the reflection, that death was the punishment of defeat, and life the prize of victory».

(И когда они сталкивались с другими, подобными им племенами, схватка была борьбой за существование; и они сражались с отчаянным мужеством, понимая, что смерть будет наказанием за поражение, а жизнь — наградой за победу.)

В первом издании «Опыта» такого понятия, как «нравственное обуздание» (или нравственное воздержание, или моральное воздержание) не было — оно появилось во втором издании [42; с. 11]:

«Of the preventive checks, that which is not followed by irregular gratifications, may properly be termed moral restraint».

(Те из предупредительных препятствий, которые не следуют из случайных, беспорядочных удовольствий, можно назвать нравственным обузданием.)

Во времена Мальтуса применение каких-либо мер, препятствующих появлению ребенка на свет, считалось грехом. И потому Мальтус видел единственную меру, с помощью которой можно было сдерживать рост населения — воздерживаться от вступления в брак до тех пор, пока не появится возможность обеспечить будущее своих детей, либо не вступать в брак вообще [45; с. 43]:

«Moral restraint, in application to the present subject, may be defined to be, abstinence from marriage, either for a time or permanently, from prudential considerations, with a strictly moral conduct towards the sex in the interval. And this is the only mode of keeping population on a level with the means of subsistence which is perfectly consistent with virtue and happiness. All other checks, whether of the preventive or the positive kind, though they may greatly vary in degree, resolve themselves into some form of vice or misery».

(Нравственное обуздание, применительно к настоящей теме, можно определить как воздержание от брака — временно или совсем — из благоразумных соображений, со строго нравственным поведением в отношении секса в этот период. И это единственный способ удерживать

население на уровне средств его существования, который прекрасно согласуется с добродетелью и счастьем. Все прочие препятствия как предупредительного, так и разрушительного характера, хотя и отличаются многообразием, сводятся к той или иной форме порока или страдания.)

Мальтус ввел это понятие, чтобы показать, что у людей есть единственный способ избежать голода и несчастий — научиться регулировать свою численность. Обнаружив, что в силу законов природы мы не в состоянии привести объемы пропитания в соответствие с численностью населения, мы, естественно, можем попытаться привести численность населения в соответствие с имеющимися в распоряжении людей объемами пропитания [44; vol. II, сс. 290–291]:

«Finding, therefore, that from the laws of nature we could not proportion the food to the population, our next attempt should naturally be, to proportion the population to the food».

Среди всех существующих препятствий у людей имеется возможность выбрать то, которое причинит им наименьшее зло. Ясно, что из всех возможных препятствий — таких, как нравственное обуздание, пороки и несчастья, — нравственное обуздание является наименьшим злом [44; vol. II, с. 255–256].

Вывод, который появился во втором издании: чтобы люди перестали страдать и голодать, они должны научиться регулировать свою численность — приводить ее в соответствие с доступными им объемами средств существования. И единственный способ достичь этого — воздерживаться — временно или совсем — от вступления в брак и таким образом регулировать численность населения.

Мальтус долго, подробно и эмоционально поясняет и отстаивает свою точку зрения и пытается убедить читателя в несостоятельности взглядов оппонентов — Годвина и Кондорсе. Если непредубежденный читатель прочтет «Опыт» Мальтуса и те труды Годвина и Кондорсе, которые он критикует, то он вынужден будет определиться со своей позицией — принять либо сторону Мальтуса, либо Годвина и Кондорсе. Однако у нас сложилось впечатление, что позиция читателя в

данном случае в большей степени зависит не столько от качества доказательной базы сторон — Мальтуса и его оппонентов, сколько от личных предпочтений читателя. Отец Мальтуса, например, так и остался при своем мнении и верил в светлое будущее, разделяя взгляды Руссо, Годвина, Кондорсе и иных просветителей.

### **Второе и последующие издания «Опыта»**

Мальтус сам был удивлен успехом своего «Опыта»<sup>10</sup> и занялся подготовкой второго его издания — как ответ на реакцию читателей и критиков. Второе, значительно расширенное издание увидело свет в 1803 году.

#### **Знаменитый пассаж**

Во втором издании появилось самое знаменитое высказывание Мальтуса, доставившее ему, пожалуй, наибольшую головную боль [42; с. 531–532]:

«A man who is born into a world already possessed, if he cannot get subsistence from his parents on whom he has a just demand, and if the society do not want his labour, has no claim of *right* to the smallest portion of food, and, in fact, has no business to be where he is. At nature's mighty feast there is no vacant cover for him. She tells him to be gone, and will quickly execute her own orders, if he does not work upon the compassion of some of her guests. If these guests get up and make room for him, other intruders immediately appear demanding the same favour. The report of a provision for all that come, fills the hall with numerous claimants. The order and harmony of the feast is disturbed, the plenty that before reigned is changed into scarcity; and the happiness of the guests is destroyed by the spectacle of misery and dependence in every part of the hall, and by the clamorous importunity of those, who are justly enraged at not finding the provision which they had been taught to expect. The guests learn too late their error, in counteracting those strict

---

<sup>10</sup> «... the work has excited a degree of public attention much greater than I should have presumed to expect ...» (работа возбудила степень общественного внимания в гораздо большей степени, чем я мог предполагать) [44; vol. II, с. 443].

orders to all intruders, issued by the great mistress of the feast, who, wishing that all guests should have plenty, and knowing she could not provide for unlimited numbers, humanely refused to admit fresh comers when her table was already full».

(Человек, появившийся на свет уже занятый другими, если родители не в состоянии обеспечить его — на что он вправе рассчитывать, — и если общество не нуждается в его труде, не имеет ни малейшего *права* требовать какого бы то ни было пропитания, и в действительности он лишний на этом свете. На великом жизненном пиру для него нет места. Природа повелевает ему удалиться и не замедлит сама привести в исполнение свой приговор, если он не найдет сочувствия у некоторых участников пира. Но если они потеснятся, чтобы дать ему место, вскоре появятся новые, требуя для себя той же милости. Весть о том, что пища есть для каждого проходящего, наполнит зал многочисленными просителями. Порядок и гармония праздника нарушатся, изобилие, царившее прежде, сменится недостатком, и радость пирующих омрачится зрелищем нищеты и нужды во всех концах зала и шумной назойливостью тех, кто по справедливости возмущен, не находя пропитания, на которое им дали основание рассчитывать. Слишком поздно пирующие поймут, что совершили ошибку, нарушив строгие правила, установленные великою распорядительницей пиршества относительно непрошенных гостей, — поймут, что природа, заботясь о достатке для приглашенных и зная, что она не в состоянии обеспечить неограниченное число гостей, из гуманных побуждений отказывает в приеме вновь пришедшим, когда все места за столом уже заняты.)

Надо отметить, что еще в первом издании «Опыта» Мальтус пишет о тех, кто входит в мир, где все уже распределено, все уже принадлежит кому-то, все места под солнцем уже заняты [41; сс. 203–204]:

«Those who were born after the division of property, would come into a world already possessed. If their parents, from

having too large a family, could not give them sufficient for their support, what are they to do in a world where every thing is appropriated? ... These are the unhappy persons who, in the great lottery of life, have drawn a blank».

(Рожденные после раздела собственности, придут в уже занятый мир. И если родители, в силу того, что имеют большие семьи, не в состоянии дать им необходимого, что им остается делать в мире, где все уже принадлежит кому-то? ... Это несчастные люди, которым в великой лотерее жизни выпал пустой билет.)

Во втором издании Мальтус усилил патетику данного суждения и получился приведенный выше пассаж. Противникам высказывание позволяет уличать Мальтуса во всех смертных грехах: Мальтус, дескать, за истребление лишних людей — за войны, болезни, голод и детоубийство. Сторонники ратуют за применение мер, порою самых жестких — вплоть до умерщвления новорожденных,<sup>11</sup> чтобы избежать реализации описанного Мальтусом сценария. Те и другие действовали в плане интерпретаций высказываний Мальтуса столь успешно, что до сих пор ярлык «мальтузианец» имеет негативную окраску или используется как бранное слово. Воистину: *extrema frequenter una habitant* (крайности часто сходятся).

В контексте же изложения приведенное высказывание — лишь отчаянная попытка обратить внимание сограждан на то, что людские беды есть результат того, что люди плодятся настолько быстро, что не успевают обеспечить средствами к существованию всех приходящих в этот мир и не осознают этого. Конечно, на фоне обещанного гуманистами грядущего

---

<sup>11</sup> см., например, брошюру: Weinhold, Carl August «*Von der Uebervölkerung in Mittel-Europa, und deren Folgen auf die Staaten und ihre Civilisation*». — Halle, bei Eduard Anton, 1827. — 48 S.; памфлет «*An Essay on Populousness*» (Printed for private circulation) — London: Printed for the author. — 1838. — Pp.1–27. — (анонимная публикация; de facto автор — Marcus — вымышленное имя) и памфлет: Marcus, «*On the Possibility of Limiting Populousness*». — London: Printed by John Hill, Black Horse Court, Fleet Street, 1838. — vii + 46 p. — (Marcus — вымышленное имя); книгу: Josephine McDonagh «*Child Murder and British Culture, 1720-1900*». — Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003. — xiii + 278 p.

золотого века, пассаж выглядит достаточно зловещим пророчеством. Мальтус сам признавал позднее [44; vol. II, с. 497]:

«It is probable, that having found the bow bent too much one way, I was induced to bend it too much the other, in order to make it straight».

(Весьма возможно, что, найдя лук слишком согнутым в одну сторону, я чрезмерно перегнул его в другую из желания выпрямить его.)

И хотя Мальтус убрал пассаж из третьего и всех последующих изданий, он так и остался в употреблении у человечества.

Мальтус периодически возвращался к «Опыту о законе народонаселения», совершенствуя и добавляя новый материал. Если первое издание можно рассматривать как памфлет, то остальные можно рассматривать как научные труды, где степень эмоциональности ослаблена, а степень аргументированности усилена. Всего при жизни Мальтуса вышло шесть изданий «Опыта» — в 1798, 1803, 1806, 1807, 1817 и 1826 году. Последнее издание превышало первое по объему текста примерно в пять раз.

Кроме указанных изданий «Опыта», Мальтус написал большую статью о народонаселении для знаменитой энциклопедии «*Encyclopædia Britannica*» (Энциклопедия Британника). Статья эта под названием «*Population*» (Народонаселение) находится в шестом, изданном в 1824 году, томе дополнения к 4-му, 5-му и 6-му изданиям энциклопедии (*Supplement to the Fourth, Fifth, and Sixth Editions of the Encyclopædia Britannica*) [43]. В 1830 году, то есть спустя 32 года после первого издания «Опыта», Мальтус опубликовал сокращенный вариант статьи «*Population*» под названием «*A Summary View on the Principle of Population*» (Краткое изложение теории народонаселения). Сокращенный вариант написан, как указывает сам Мальтус, для тех, у кого нет времени прочесть весь его труд «Опыт» и для того, чтобы исправить некоторые из распространявшихся искажений, касающихся двух или трех наиболее важных моментов «Опыта» [45; с. iii]:

«My object is to correct some of the misrepresentations which have gone abroad respecting two or three of the most

important points of the Essay; and I should feel greatly obliged to those who have not had leisure to read the whole work, ...»

## Не первый и не единственный

Мальтус был не первым и не единственным, кто писал на тему народонаселения. Приведем отрывок из книги «*История экономического анализа*» такого авторитета, как профессор Йозеф Шумпетер (Joseph Alois Schumpeter; 1883–1950) [147; Т. 1, сс. 331–332]:

«Теория народонаселения, как ее понимали в XIX в., т. е. теория факторов или «законов», определяющих численность, темпы роста или убыли населения, возникла значительно раньше мальтузианской. За исключением несущественных деталей, «мальтузианский» принцип народонаселения был полностью разработан Ботеро в 1589 г.: население имеет тенденцию расти без каких-либо определенных пределов, в меру естественной человеческой плодовитости (*virtus generative*). Напротив, средства существования и возможности их увеличить (*virtus nutritive*) определенно ограничены, а следовательно, кладут этому росту единственный существующий предел. Этот предел устанавливает нужда, заставляющая людей воздерживаться от брака (по Мальтусу: негативное ограничение, предусмотрительное ограничение, «моральное воздержание»), если численность населения периодически не сокращается войнами, эпидемиями и т. д. (по Мальтусу: позитивное ограничение). Идеи этого первопроходца <Ботеро>, являются единственной заслуживающей внимания теорией народонаселения в истории. Однако она появилась задолго до того времени, когда могла получить распространение; она практически затерялась в популяционистской волне XVII века. Примерно через двести лет после Ботеро Мальтус фактически всего лишь повторил эту идею, за исключением того, что применил математические законы для того, чтобы описать действие *virtus generative* и *virtus nutritive*: численность населения должна расти «в геометричес-

кой прогрессии», т.е. в виде расходящегося геометрического ряда, а средства пропитания — в «арифметической прогрессии». Однако «закон геометрической прогрессии», которого не было в работе Ботеро, был предложен Петти в его «Эссе об умножении человеческого рода», Зюсмилхем в 1740 г., Р. Уоллесом в 1753 г. и Ортесом в 1774 г. Таким образом, в этом диапазоне идей Мальтус не сказал ничего нового. Из тех авторов XVIII в., кто, не связывая себя с этой математической формой, утверждал, что численность населения будет всегда расти до предела, определяемого обеспеченностью средствами существования, достаточно упомянуть Франклина (1751), Мирабо (который в 1756 г. выразился в свойственной ему живописной манере: люди будут плодиться до достижения предела средств существования, «как крысы в амбаре»), сэра Джеймса Стюарта (1767), Шатлю (1772) и Таунсенда (1786)».

Заметим от себя, что приведенное выше выражение «люди будут плодиться ... как крысы в амбаре» («Les hommes multiplient comme les rats dans une grange, s'ils ont les moyens de subsister»<sup>12</sup>), экономист и философ Мирабо (Victor Riquetti, marquis de Mirabeau; 1715–1789), видимо, позаимствовал почти дословно из книги «Очерк о природе торговли вообще»<sup>13</sup> экономиста и банкира Ричарда Кантильона (Richard Cantillon; 1680–1734). В этой книге, опубликованной посмертно, у Кантильона есть такая фраза (Premiere Partie, Chapitre XV, p. 110):

«Les Hommes se multiplient comme des Souris dans une grange, s'ils ont le moyen de subsister sans limitation; ...»

(При неограниченных ресурсах люди будут плодиться, как мыши в амбаре.)

В свете изложенного возникает вопрос.

---

<sup>12</sup> см. Partie I; Chapitre II; с.16 в труде: Mirabeau, Victor de Riquetti. «*L'ami des hommes, ou Traité de la population*». — (3 parties) — Avignon, 1756. — vi + P. 1 (1–156) + [1] p.; + P. 2 (1–218) + [1] p.; + P. 3 (1–216) + [1] p.; + 2 p.

<sup>13</sup> Cantillon, Richard. *Essai sur la Nature du Commerce en Général*. — A Londres : Chez Fletcher Gyles, dans Holborn, 1755. — 430 + [6] p.

## Почему Мальтус?

Как видим, практически все, о чем говорил Мальтус, было уже кем-то высказано до него. Почему же именно с именем Мальтуса связывают проблему населения и ресурсов? Видимо, потому, что Мальтус оказался «в нужное время в нужном месте»: нужно было не только вовремя осмыслить и подать идею в тот момент, когда общество уже созрело для ее восприятия, но и привлечь к ней широкое внимание. Мальтусу это удалось. Мальтус оказался как бы своеобразным центром кристаллизации процесса осмысления обществом вектора или направления своего дальнейшего развития. Процесс этот вышел за рамки интересов кабинетных ученых и оказался доступен широкому обсуждению.

### Критика «Опыта»: pro et contra (за и против)

Изложенное Мальтусом вызвало множество возражений и нареканий. Критиковали — не гнушаясь иногда прямыми фальсификациями<sup>14</sup> — много, порой яростно — и во времена Мальтуса, и после. Критику, состоящую в навешивании ярлыков, в оскорблении и унижении Мальтуса, рассматривать смысла нет — она обычно не содержит подкрепляющих критику аргументов. Как отмечает сам Мальтус [44; vol. 2, с. 443]:

«But though the work has excited a degree of public attention much greater than I should have presumed to expect, yet very little has been written to controvert it; and of that little, the greatest part is so full of illiberal declamation, and so entirely destitute of argument, as to be evidently beneath notice».

(Несмотря на то, что мой труд обратил на себя общественное внимание в гораздо большей степени, нежели я мог предполагать, очень мало было написано, чтобы

---

<sup>14</sup> см., например, с. 22 в книге академика Евгения Константиновича Федорова (1910–1981) [145] или сс. 23–24 в книге профессора Джекоба Озера (Jacob Oser; 1915–1982) [53]. Оба автора приводят фрагмент текста Мальтуса, смысл которого выдают за мнение Мальтуса, хотя мнение самого Мальтуса является противоположным — см. у Мальтуса сс. 516–518 его второго издания «Опыта» [42].

опровергнуть его, а из написанного большая часть полна настолько бесплодным разглагольствованием и настолько лишена аргументации, что явно не заслуживает внимания.)

По поводу необоснованной и неаргументированной критики можем обратить внимание на такой факт: чтобы осмыслить и критически оценить чье-либо суждение, а затем принять его или отвергнуть, необходимо обладать знаниями в сфере суждения, а чтобы его раскритиковать и отвергнуть никаких знаний не требуется вообще. Для любого негативного высказывания достаточно простого неаргументированного заявления о том, что это не так, потому что так неверно и, следовательно, так быть не может.

У Мальтуса есть и множество сторонников — среди них очень известные имена. Так, например, именно «Опыт» Мальтуса натолкнул, по их собственным словам, обоих создателей теории эволюции — Чарльза Дарвина (Charles Darwin; 1809–1882) и практически неизвестного сегодня широкой публике Альфреда Уоллеса (Alfred Russel Wallace; 1823–1913) — на создание теории отбора сильнейших и более приспособленных, то есть на создание теории эволюции<sup>15</sup>.

Английский экономист Джон Мейнард Кейнс, 1-й барон Кейнс (John Maynard Keynes; 1883–1946) — один из наиболее влиятельных экономистов XX столетия, основоположник макроэкономической теории государственного регулирования экономики (кейнсианство или кейнсианская экономика) — среди нескольких экономистов, оказавших на него влияние указывал Мальтуса. В своей книге «*Essays in Biography*» (Биографические очерки) Кейнс так писал о Мальтусе [30; с. 120]:

«If only Malthus, instead of Ricardo, had been the parent stem from which nineteenth-century economics proceeded,

---

<sup>15</sup> см. с. 120 в книге: Darwin, Charles (aut.); Barlow, Nora (ed.). «*The Autobiography of Charles Darwin, 1809–1882: With original omissions restored*». Edited with Appendix and Notes by his grand-daughter, Nora Barlow. — London: Collins, St. James's Place, 1958. — 253 p.; см. с. 123, сс. 189–190 в книге: Wallace, Alfred Russel. «*My Life: A Record of Events and Opinions*». (New Edition. Condensed and Revised). — London: Chapman & Hall, Ltd., 1908. — xii + 408 p.

what a much wiser and richer place the world would be to-day!»

(Если бы Мальтус, а не Рикардо был основным стеблем, из которого развилась бы экономическая наука XIX века, насколько мудрее и богаче был бы мир сегодня.)

На эти слова Кейнса другой известный ученый — американский и английский экономист голландского происхождения Марк Блауг (Mark Blaug; 1927–2011) — отреагировал следующим образом в своем фундаментальном труде *«Экономическая мысль в ретроспективе»* [97; с. 159]:

«Победа Мальтуса превратила бы экономическую науку в райские кущи для шарлатанов, готовых предложить панацею для излечения якобы присущих экономической системе недугов. Можно лишь изумляться поразительному утверждению Кейнса, что “если бы только труды Мальтуса, а не Рикардо послужили исходным пунктом для последующего развития экономической науки XIX в., насколько мудрее и богаче был бы мир сегодня”».

Подробнее об отношении к Мальтусу и его «Опыту» читатель может узнать сам — благо литературы по Мальтусу существует предостаточно.

### ***Ситуация на сегодня***

Проблеме обеспеченности народонаселения всей планеты средствами существования до последнего времени не уделялось должного внимания — развитые государства не были готовы к участию в решении проблем слаборазвитых стран.

Два миллиарда человек в Азии, Африке и Латинской Америке воспроизводят себя сегодня естественным образом, испытывая нехватку пропитания, голодая в той или иной мере. В ежегодном докладе Организации Объединенных наций (ООН) за 2014 год под названием *«Доклад о человеческом развитии 2014»* отмечается [105; с. 3]:

«Несмотря на происходящий в последние годы прогресс в области уменьшения нищеты, свыше 2,2 млрд чел. являются многомерно бедными или близки к этому состоянию. Это значит, что более 15% населения мира остается

уязвимым перед многомерной бедностью. В то же время почти 80% населения мира не имеет всеобъемлющей социальной защиты. Около 12% (842 млн) страдают от хронического голода, а почти половина всех рабочих — более 1,5 млрд — трудится в условиях неформальной или ненадежной занятости».

В ноябре 1996 года на состоявшемся в Риме Всемирном продовольственном саммите представители 182 правительств государств-членов ООН взяли на себя обязательство не позднее, чем к 2015 году вдвое снизить число недоедающих по сравнению с имевшимся уровнем [124; с. 4, с. 9].

В 2000 году 189 государств взяли на себя обязательство избавить население от многочисленных лишений. Это обязательство позволило в 2001 году сформулировать восемь целей развития тысячелетия (ЦРТ). Одна из целей — сокращение вдвое доли голодающего населения к 2015 году [124; с. 9].

Взятые обязательства не удалось реализовать в полном объеме. Из Таблицы 1 итогового документа ООН *«Положение дел в связи с отсутствием продовольственной безопасности в мире»* [124; с. 8, ТАБЛИЦА 1] видно, что число недоедающих удалось снизить не наполовину, а примерно на пятую часть: в мире в 1990–1992 годах было 1 010,6 миллионов недоедающих, а в 2014–2016 годах — 794,6 миллионов человек. Как отмечается в «Положении» [124; с. 4, с. 10]:

«Несмотря на общие достижения, голод остается повседневной проблемой почти для 795 млн людей во всем мире, включая 780 млн в развивающихся регионах. Следовательно, ликвидация голода должна по-прежнему входить в число ключевых обязательств лиц, принимающих решения на всех уровнях. < ... >

Тем не менее, если учитывать, что численность населения с 1990–1992 годов выросла на 1,9 млрд человек, то от вероятного голода за последние 25 лет удалось спасти примерно два миллиарда человек».

Причины, не позволившие выполнить намеченные цели по уменьшению недоедания и голодания: низкие темпы экономического роста, политическая нестабильность, кризисы, насилие, конфликты между различными социальными группами,

разрушение источников средств к существованию в сельских и городских районах, а также природные катаклизмы и стихийные бедствия. Кроме указанных, в «Положении» отмечается и такая причина, как высокая скорость размножения:

«По оценкам, в 2014–2016 годах в странах Африки к югу от Сахары немногим менее одного из четырех человек, или 23,2 % населения, страдают от недоедания ... В действительности, в период с 1990–1992 по 2014–2016 годы численность недоедающих людей даже увеличилась на 44 миллиона. ... это свидетельствует о необычайно высоких темпах роста населения, составляющих 2,7% в год». [124; с. 12]

«В Центральноафриканском субрегионе в период с 1990–1992 по 2014–2016 годы число недоедающих увеличилось более чем в два раза, хотя PoU<sup>16</sup> сократилась на 23,4%. Несоответствие между растущим абсолютным числом недоедающих и сокращением PoU объясняется быстрым ростом численности населения в Центральной Африке». [124; с. 12]

«Восточная Африка остается субрегионом, в котором проблема голода по-прежнему носит самый серьезный характер в абсолютном выражении. Здесь проживает 124 млн недоедающих людей. Как и Центральная Африка, этот регион по-прежнему переживает период быстрого роста населения. Хотя доля недоедающего населения здесь сократилась на 33,2 %, за период мониторинга хода реализации ЦРТ число голодающих выросло почти на 20 %». [124; с. 14]

«Несмотря на относительно небольшое число недоедающих людей, в Западной Азии на протяжении всего периода мониторинга наблюдался рост масштабов недоедания: PoU в период между 1990–1992 и 2014–2016 годами выросла на 32,2% — с 6,4 до 8,4% (Рисунок 4, стр. 15). Параллельно с этим наблюдался быстрый рост численности населения, который привел к резкому

---

<sup>16</sup> PoU — доля недоедающего населения, или распространенность недоедания. — *Примеч. наше.*

увеличению числа голодающих людей — с 8 до почти 19 миллионов». [124; с. 18]

Как видим, причины роста числа голодающих документ связывает и с быстрым ростом численности населения. А быстрый рост населения — и доли голодающих, в том числе — происходил, очевидно, как раз из-за предоставления этим регионам помощи. Это похоже на то, о чем писал Мальтус (что люди будут интенсивно размножаться при наличии помощи и скоро такой помощи окажется недостаточно [41; с. 74]).

Отмеченная ситуация характерна для экономически неразвитых стран.

## **Канада**

В развитых странах снижаются темпы роста населения, что приведет к стабилизации численности их населения на некотором уровне. Процесс проходит спокойно, цивилизованно. Существует возможность планирования семьи. С одной стороны, иметь много детей не комфортно для родителей среднего достатка, а то и экономически затруднительно; с другой стороны — возросшее осознание ответственности за судьбы своих детей заставляет сосредоточиться на воспитании меньшего их количества, но с лучшим «качеством».

Во времена Мальтуса уже было известно об обратной зависимости между размером семьи и уровнем семейного дохода. Однако Мальтус не стал рассматривать его в качестве возможного ограничивающего фактора: общий уровень жизни во времена Мальтуса был настолько низкий, что усмотреть в данной зависимости эффективный регулятор численности было невозможно.

Замедление темпов роста и стабилизация численности населения одних стран, регионов — при продолжающихся высоких темпах роста численности других — приводит к увеличению диспропорции этнической численности населения между ними: по прогнозам ООН<sup>17</sup> к 2050 году около 90% прироста населения мира произойдет за счет Африки и Азии. Проблема

---

<sup>17</sup> см. с. 2 в издании: United Nations. *World Urbanization Prospects: The 2014 Revision*. — Highlights (ST/ESA/SER.A/352). — New York: Department of Economic and Social Affairs, Population Division, 2014. — (2) + ii + 27p.

приобретает политическую окраску: чтобы не снижался политический вес государства на международной арене или даже чтобы не быть растворенным без следа в другой этнической группе (национальности, культуре, расе), правительства сегодня вынуждены учитывать такой фактор, как изменение соотношения численности населения между государствами. На первые места выходят Китай, Индия и для них уровень экономического развития — лишь фактор времени, а Европа с ее малыми темпами роста населения оттесняется таким образом на вторые роли. Канада — пример страны, желающей иметь больший международный вес и потому активно наращивает свою численность за счет иммиграции, принимая последние четверть века ежегодно порядка 250 тысяч человек. Так, в статистическом ежегоднике Канады за 2012 год (*Canada Year Book 2012*) в таблице Table 24.а приведены такие данные (период с 1 июля 2010 года по 30 июня 2011 года) [6; с. 355]:

Births	386 013
Deaths	252 561
Immigrants	258 906

Естественный прирост населения составил 133 452 человек — разница 386 013 рождений и 252 561 смертей.

Как видим, прирост населения Канады за год на две трети (66%) был обеспечен за счет 258 906 иммигрантов и лишь на треть (34%; 133 452 человек) за счет естественного прироста.

Похоже, что когда в экономическом развитии государства более-менее сравниваются и выйдут примерно на один и тот же уровень развития техники и технологий — когда будет достигнут экономический паритет, мощь каждого из них будет определяться в основном величиной занимаемой им территории.

Уровень развития высокоразвитых государств сегодня настолько высок, что, например, 1% численности всего населения страны может прокормить всю страну (то есть один человек кормит 100 людей и себя в том числе) — Канада тому пример. Так, в Канаде в 2010 году в сельском хозяйстве (*agriculture*) работало 300 700 человек [6; Table 21.7] или порядка 1% от численности 34 005 274 человек всего населения Канады (данные на середину 2010 года). А в канадском статистическом ежегоднике за 1960 год отмечается [5; с. 434]:

«Twenty years ago a worker in Canadian agriculture supplied, on the average, enough food for himself and nine other persons. Now he produces enough for himself and twenty-two other persons».

(Двадцать лет назад работник в сельском хозяйстве Канады поставлял, в среднем, достаточно пищи для себя и девяти других лиц. Теперь он производит достаточно для себя и двадцати двух других лиц.)

Для сравнения: сегодня в бедных странах в сельском хозяйстве работает две трети населения. То есть люди заняты в основном тем, чтобы обеспечить себя пропитанием.

Представленная ниже на рис. 2.1 диаграмма показывает, чем было занято население Канады в 2010 году.

Диаграмма составлена на основании данных Table 21.7 *Employment, by industry* (Табл. 21.7; Занятость, по отраслям) Канадского Статистического ежегодника за 2012 год (*Canada Year Book 2012*) [6; с. 316–317]. Мы приводим часть этой таблицы:

**Table 21.7 Employment, by industry (thousands)**

All industries	17,041.0	(50.1%)
<b>Goods-producing</b>	<b>3,740.0</b>	<b>(11%)</b>
– Agriculture	300.7	(0.88%)
– Forestry, fishing <sup>18</sup> , mining, oil and gas extraction	329.4	(0.97%)
– Utilities <sup>19</sup>	148.3	(0.44%)
– Construction	1,217.2	(3.58%)
– Manufacturing	1,744.3	(5.13%)
<b>Services-producing<sup>20</sup></b>	<b>13,301.0</b>	<b>(39.1%)</b>

---

<sup>18</sup> Fishing. Согласно Северо-американскому промышленному классификатору (NAICS — North American Industry Classification System) в данный сектор включены: рыболовство, добыча ракообразных и моллюсков, китобойный промысел, добыча пресноводных и морских животных, добыча водорослей и прочих пресноводных и морских организмов.

<sup>19</sup> Сектор коммунальных услуг осуществляет такие виды деятельности: связь, подача электроэнергии, природного газа, пара, водоснабжение, канализация и удаление сточных вод, вывоз, утилизация и переработка отходов.

В скобках нами указан процент от общей численности населения Канады (*Canada population*) за 2010 год: 34 005 274 человек = 100 %.

Из таблицы видно, что 11% всего населения Канады, занятых в индустрии **Goods-producing** (Производство товаров), то есть в сфере материального производства, обеспечивали Канаду всем необходимым: продовольственными и непродовольственными товарами, соответствующей производственной и социальной инфраструктурой.

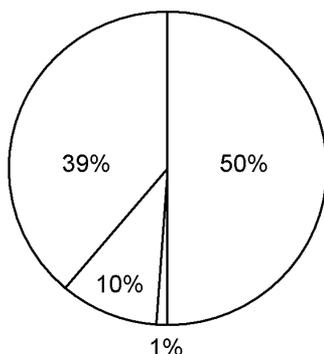


Рис. 2.1. Занятость в различных сферах Канады 2010 году

- 1 % — сельское хозяйство;
- 10 % — производство;
- 39 % — сфера услуг;
- 50 % — остальное население.

Обеспечивали население продовольствием сектор *Agriculture* (Сельское хозяйство) и занятые промыслами в группе *Fishing*. В рационе питания жителя Канады процентное содержание продуктов группы *Fishing* составляет примерно 3,5%,

---

<sup>20</sup> Сфера услуг — сфера, в которой материальные, вещественные ценности не создаются: торговля, транспорт и складское хозяйство, наука, образование, медицина, судебная система, сфера финансов, религиозные службы и церемонии, администрация, информационные услуги, структуры национальной безопасности (личной, общественной, государственной, финансовой etc.) — такие, как охранные услуги, полиция, вооруженные силы, прочие услуги.

согласно *Table 203-0028* из базы данных *CANSIM (Statistics Canada)*. Таким образом, едой канадцев обеспечивали на 96,5% сектор *Agriculture* (это 0,88% всего населения Канады) и на 3,5% группа *Fishing*. А в целом едой канадцев обеспечивали примерно 1% всего населения Канады.

Работники сектора *Manufacturing* (Обрабатывающая промышленность) производили все необходимое для жителей и для страны — автомобили, телевизоры, холодильники, мебель, одежду, обувь и прочие предметы потребления, промышленное оборудование, продукцию специального назначения и тому подобное.

Занятые в секторе *Construction* (Строительство) обеспечивали потребности в жилье, в различных зданиях и сооружениях — таких, как производственные и складские помещения, башни, вышки, морские и речные порты, аэродромы и аэропорты, автомобильные дороги, железнодорожные пути, мосты, линии электропередач, линии связи, трубопроводы и тому подобное.

Назначение сектора *Forestry, fishing, mining, oil and gas extraction* (Лесоводство, рыболовство — с указанной нами в сноске 18 расшифровкой, горнодобывающая промышленность, добыча нефти и газа) ясно из его названия.

Необходимо также учитывать, что Канада экспортирует и импортирует продовольственные и непродовольственные товары.

Если обеспечивали Канаду продовольствием примерно 1% численности населения Канады, то обеспечивали непродовольственными товарами и соответствующей производственной и социальной инфраструктурой (это группы *Forestry, mining, oil and gas extraction* и сектора *Utilities, Construction, Manufacturing* в Табл. 21.7) примерно 10% всего населения Канады: 11% занятых в индустрии *Goods-producing* минус 1% занятых в продовольственном секторе. Более точные данные укажут статистики, нам важна сейчас общая картина.

Все остальные из работающих — 39% всего населения или четыре пятых всех работающих 17,041 млн человек — были заняты в индустрии *Services-producing* (Производство услуг), то есть в сфере нематериального производства или в сфере услуг и занимались перемещением товаров с места на

место (*транспорт*) или передачей товаров из рук в руки (*торговля*). Или обслуживали друг друга — лечили, учили, консультировали, охраняли, управляли, развлекали, кормили etc.

А половина населения Канады в 2010 году вообще нигде не работала — сюда входят дети, учащиеся, пенсионеры, инвалиды, безработные и лица, имеющие возможность жить не работая. Соответственно, численность реально работающих составляла тоже половину (50,1%) населения Канады — строка *All industries* (Все отрасли) таблицы Table 21.7.

Приведенная на рис. 2.1 картина типична для развитых стран, которые при таком малом проценте занятости населения в сфере материального производства еще и процветают.

Цифры, как и положено для постиндустриального общества в трехсекторной модели экономики<sup>21</sup> Фишера-Кларка-Фурастье, показывают значительное преобладание сферы услуг над другими сферами деятельности.

А что же с мальтусовским нравственным обузданием? Как оказалось, понадобилось разработать высокие технологии, дать людям образование и вернуть им право самим решать, сколько иметь детей и вопрос с голодными отпал сам собой. Но на все на это потребовалось время.

В интернете можно найти статьи о том, что в наше время объемы производства продовольствия опережают темпы роста населения и Мальтус был неправ. Но это смотря какими данными оперировать. Как видим из вышеизложенного, в некоторых регионах ситуация с голодом даже ухудшилась, несмотря на высокие объемы производства продовольствия в других регионах.

Голод в слаборазвитых регионах сегодня есть следствие недостаточно высокого уровня развития, достаточно большой

---

<sup>21</sup> Трехсекторная модель экономики (*the three-sector model*) — это теория, согласно которой экономика состоит из трех секторов деятельности: первичный сектор экономики (добыча сырья, сельское хозяйство, горнодобывающая, рыбная и лесная промышленность), вторичный сектор экономики (промышленное производство и строительство) и третичный сектор экономики (сфера услуг). Теория сформировалась в работах Алана Фишера (Allan George Barnard Fisher; 1895–1976), Колина Кларка (Colin Grant Clark; 1905–1989) и Жана Фурастье (Jean Fourastié; 1907–1990). Согласно теории экономика эволюционирует к доминированию сферы услуг.

доли малограмотного или неграмотного населения и достаточно высоких темпов размножения — темпы роста продуктивности сельского хозяйства в этих регионах не соответствуют требуемым.

В середине 70-х годов в ООН были опубликованы результаты исследований по взаимосвязи экономических, социальных и демографических процессов под названием «*The Determinants and Consequences of Population Trends: New Summary of Findings on Interaction of Demographic, Economic, and Social Factors*» (Детерминанты и последствия демографических тенденций: Новое краткое изложение результатов исследований о взаимодействии демографических, экономических и социальных факторов) [81].

В первом томе этого фундаментального труда, со ссылкой на труд профессора Парвиза Халатбари (Parviz Khalatbari; 1925–2012), отмечается [81; vol. I, с. 51], что перенаселение в первую очередь затрагивает традиционный аграрный сектор в результате быстрого роста сельского населения и традиционной отсталости. Халатбари выделяет три типа перенаселения: такое, что существует в аграрной экономике (*Überbevölkerung im Dorfgemeindesystem*), такое, что существует в рамках полуфеодалных условий (*Überbevölkerung unter halbfeudalen Systemen*), и такое, что существует в современном секторе экономики (*Überbevölkerung im "europäischen" Sektor der Landwirtschaft*)<sup>22</sup>.

## Лишние люди

Чем выше уровень развития общества, тем выше степень механизации и автоматизации производства, тем меньше требуется работников. Производится все больше продукции и услуг при сокращении числа работающих и рабочих мест.

Из приведенного выше примера с Канадой видно, что число занятых в созидательном труде со временем уменьшается. Так и должно быть. Появляются люди, в услугах которых общество не нуждается для производства всего для всех. Это

---

<sup>22</sup> см. сс. 120–133 в книге: Khalatbari, Parviz. *Überbevölkerung in den Entwicklungsländern: Ein Beitrag zur marxistischen Bevölkerungstheorie*. — Berlin: Akademie-Verlag, 1968. — 288 S. (Нем.)

«лишние» люди. Они в принципе не смогут найти работу — разве что вытеснив кого-либо из участников производственного процесса и заняв их место. Лишние люди должны были обязательно появиться в какой-то момент в ходе исторического развития человеческого общества — именно в силу существования такого явления, как прогресс цивилизации.

Реально высвобождающиеся люди в попытках найти работу могут перемещаться разве что в сферу услуг. Как долго может длиться такой процесс и что станет с самой сферой услуг при дальнейшем прогрессе? Создатель авторитетного информационного портала *HowStuffWorks.com* Маршалл Брэйн (Marshall Brain) опубликовал свой прогноз,<sup>23</sup> в котором заявил, что через полвека без работы останется больше половины работников США. Главной причиной сокращения рабочих мест Брэйн называет развитие робототехники и компьютеров:

«In 2055 the nation hit a big milestone — over half of the American workforce was unemployed, and the number was still rising. Nearly every “normal” job that had been filled by a human being in 2001 was filled by a robot instead».

(В 2055 нация перешагнет значимый рубеж — более половины американской рабочей силы останется без работы, и число это будет по-прежнему расти. Почти каждая «нормальная» работа, которая выполнялась человеком в 2001 году будет выполняться роботом.)

Мальтус сам обмолвился, что труд части членов общества оказывается невостребованным [41; с. 298]:

«I am perfectly willing to concede to Mr. Godwin that there is much more labour in the world than is really necessary; and that, if the lower classes of society could agree among themselves never to work more than six or seven hours in the day, the commodities essential to human happiness might still be produced in as great abundance as at present».

(Я готов полностью согласиться с г-ном Годвином, что существует гораздо больше работников в мире, чем это

---

<sup>23</sup> Brain, Marshall. *Robotic Nation*. <http://marshallbrain.com/robotic-nation.htm>, 2004, ..., 2017.

действительно необходимо, и что, если низшие классы общества смогли бы договориться между собой никогда не работать больше, чем шесть или семь часов в день, товары, необходимые для человеческого счастья, могли бы все еще производиться в большем изобилии, чем в настоящее время.)

Несмотря на свое замечание о лишних работниках, Мальтус выступал против государственной помощи бедным — против «Законов о бедных» и повышения заработной платы, считая, что всякая сознательная попытка улучшить условия жизни будет сметена неодолимой людской массой. «Законы о бедных», по мнению Мальтуса и некоторых экономистов его времени, делали воздержание от воспроизводства потомства излишним и поощряли неблагоразумных, предлагая им часть доходов благоразумных и трудолюбивых, поскольку помощь осуществлялась за счет взимания налогов с последних.

Встает вопрос, что делать с рабочей силой, в услугах которой общество не нуждается? Куда девать «лишних» людей — тех, кто не нужны уже для того, чтобы что-либо создавать?

Государство проблеме пытается решать двумя способами: создавать новые рабочие места — это как-раз то, что всегда обещают те, кто собирается прийти к власти, и как-то обеспечивать неработающих — идея пожизненного велфера в этом случае выплывает сама собой.

Посмотрим, что можно реализовать в плане создания новых рабочих мест.

## **Рабочие места**

Перед тем, как заняться созданием рабочих мест, посмотрим на диаграмму на рис. 2.1 для того, чтобы определиться, в каком секторе мы эти места будем создавать. Теоретически создавать можно, как видим, в сельском хозяйстве, в промышленном производстве и в сфере услуг.

В сельском хозяйстве создавать рабочие места смысла нет: даже если в результате мы удвоим производство сельскохозяйственной продукции, это приведет к незначительному увеличению занятости — лишь на 1% от численности всего населения. А удвоение доступного объема продуктов питания не

приведет к тому, что люди станут есть в два раза больше — они и так сегодня едят, сколько хотят и даже больше.

Поэтому на практике создание рабочих мест в сельском хозяйстве приведет к тому, что созданную дополнительную продукцию никто не купит — рынок и так заполнен всем необходимым. Если же потребитель станет покупать у этого нового производителя, то не купит у старого и тем самым разорит его, оставив общее число занятых в сельском хозяйстве неизменным. То же самое можно сказать и о промышленном производстве.

Произведенное сверх необходимого, точнее, сверх уровня насыщения спроса, никто не купит и все это просто некуда будет девать.

Если же в силу наплыва иммигрантов или естественного прироста населения необходимость в дополнительных товарах или продуктах появится, то туда устремится часть производителей и без помощи государства — в силу автоматически действующих взаимоотношений спроса и предложения.

Чтобы работы хватало для возможно большего числа желающих трудиться, можно раньше отправлять работников на пенсию — снижать пенсионный возраст, а не увеличивать, как это иногда предлагают сегодня. Можно уменьшать продолжительность рабочей недели и увеличивать продолжительность отпусков — как это уже делается в некоторых странах Европы. Одним словом, распределять один и тот же объем работ на большее число работников, занятых работой меньшее время, — что, в общем-то, и происходит на протяжении истории человечества.

Чтобы в секторе услуг создать дополнительные рабочие места, можно удлинять путь следования товара от изготовителя к потребителю, то есть искусственно удлинять цепочки передачи товара из рук в руки, увеличив, таким образом, число занятых в стране. Однако создание промежуточных звеньев в цепочке приводит к удорожанию стоимости товаров, к изыманию больших сумм с конечного потребителя. Устраивает ли нас — конечного потребителя — подобный вариант?

Пример к сказанному. Мы смотрим телевидение с рекламой. И нам объясняют, что без денег рекламодателей государственное телевидение существовать не может. Нам, правда, не

объясняют откуда берут деньги рекламодатели. А берут они эти деньги у нас, включая расходы на рекламу в стоимость товара. В конечном счете получается, что мы все равно из своего кармана платим за рекламу, которую не желаем смотреть. Государство могло бы исключить промежуточное звено — посредника-реklamодателя — из этой цепочки и брать с нас дополнительный налог на существование бесплатного канала для всей страны. Нам это было бы и дешевле и без рекламы.

Хотя сектор услуг сегодня и может быть несколько расширен за счет перевода в него части высвободившихся производителей, но, согласно прогнозам, люди в нем будут заменяться автоматами и роботами и будут вытесняться в единственный оставшийся доступным сектор — в сектор неработающих, который для Канады составляет, как видим из рис. 2.1, половину населения. И в дальнейшем будет увеличиваться, а не уменьшаться. Это «социальный» сектор — сектор, в котором люди живут не за счет своего заработка, а за счет социальной поддержки их со стороны государства, родственников, спонсоров.

## **Безусловный основной доход**

Для высокоразвитых государств проблема сегодня, как видим, не столько в бедных, сколько в «лишних» — в людях, надобности участия которых в производстве всего необходимого для всех членов общества нет, поскольку все, что необходимо, производится и обслуживается небольшой частью общества.

Существуют и предлагаются новые концепции организации высокоразвитых обществ для разрешения проблемы «лишних». Например, концепция безусловного основного дохода (*the concept of unconditional basic income*). Безусловный основной доход (БОД) — это обобщающее название для множества похожих социальных проектов, это социальная концепция, согласно которой гражданам всю жизнь — от рождения или с какого-то возраста и до смерти — регулярно выплачивается определенная сумма денег. Выплаты производятся всем без исключения, вне зависимости от уровня дохода и независимо от того, работает человек или нет, то есть без предъявления человеку каких-либо условий — потому доход этот и

называется безусловным и представляет собой базовый, основной или начальный доход — как бы «незаработанная зарплата», к которой затем добавляется то, что человек заработал, если работает.

Размер безусловного основного дохода является достаточным для удовлетворения основных потребностей гражданина.

Подробнее о концепции БОД можно узнать на сайте *BIEN* (*The Basic Income Earth Network*): <http://basicincome.org/>.

Концепция гарантированного дохода в последние годы время от времени обсуждается политиками, экономистами, социологами и правительствами разных стран при обсуждении реформ социального обеспечения — на упомянутом сайте *BIEN* можно узнать, в каких странах и что собираются предпринимать по данному вопросу. На конец 2017 года на сайте упоминались, в частности, Финляндия, Дания, Швейцария, Великобритания, Канада.

## Опыт Канады

Между 1968 и 1980 годами в Северной Америке было проведено пять экспериментов, чтобы исследовать влияние гарантированного годового дохода на рынок труда и на социальное поведение участников эксперимента [19; с. 284].

Один из этих экспериментов был проведен в Канаде — в небольшом городке Дофин провинции Манитоба (Dauphin, Manitoba). Проект получил название *Mincome* (сокращение от *minimum income*) и стартовал при правительстве либералов (*Liberal Party*). Первые выплаты участникам эксперимента были осуществлены в январе 1975 года. Эксперимент должен был закончиться в декабре 1978 года, но был продолжен до 31 марта 1979 года. Консерваторы (*Progressive Conservative Party*), пришедшие к власти в Канаде в мае 1979 года, не проявили интереса к эксперименту. Ученые упаковали материалы эксперимента в 1800 коробок и сдали их на хранение. Окончательные результаты опубликованы не были [16], [19].

Профессор кафедры общественного здравоохранения Университета Манитобы города Виннипег Эвелин Форже (Dr. Evelyn L. Forget; 1956–) провела некоторые исследования результатов эксперимента *Mincome*, используя доступные ей материалы [19].

Подробнее об эксперименте можно узнать из диссертации Джеральда Фартинга (Gerald Brian Farthing) «*Social experiments and social policy formulation*» (Социальные эксперименты и выработка социальной политики) [16], или из статьи Эвелин Форже «*The Town with No Poverty*» (Город, где нет бедных) [19].

Эвелин Форже и Джеральд Фартинг пришли к следующим выводам:

- Жители стали меньше обращаться к врачам, что говорит об улучшении их здоровья.
- Люди не стали массово бросать работу: число работающих уменьшилось незначительно, а оставившие работу использовали появившуюся у них возможность не работать для учебы с целью повышения своей квалификации; увеличилось и число подростков, окончивших среднюю школу.
- Люди не стали плодиться, как «мыши в амбаре» — хотя были такие опасения, а у молодых матерей появилась возможность лучшего, более длительного ухода за своими новорожденными детьми.

Эксперимент, как видим, дал положительный социальный эффект.

## **Критика концепции БОД**

Противники очень убедительно критикуют предлагаемые модели безусловного основного дохода. Они только не говорят, что делать с реально увеличивающимся количеством людей, в труде которых общество не нуждается. Вместо этого молодым людям внушают обязанность во что бы то ни стало найти путь на рынок труда, несмотря на то, что последний все меньше и меньше нуждается в кадрах.

Чтобы обеспечить всех, работать может только часть.

Среди аргументов против внедрения БОД приводятся такие: люди перестанут работать и будут заводить большие семьи, если будут получать деньги ни за что. То есть приводятся в точности те же доводы, что приводил и Мальтус, когда выступал за отмену законов о бедных.

Перестанут ли работать? Отчасти ответ на этот вопрос дал эксперимент, проведенный в Канаде в городке Дофин, который показал, что число неработающих увеличилось незначительно.

Далее. Зададимся вопросом: почему изобретает профессиональный изобретатель? А изобретает он потому, что он не может не изобретать: мозг его подчиняет себе владельца мозга.

То же можно сказать в отношении других людей. Потребность в общественной самореализации у человека достаточно сильно выражена. Много людей регулярно занимаются общественной работой (бесплатно!). Не бросят все работу — не может человек ничего не делать. Попробуйте сами и увидите, как долго вы сможете сидеть, ничего не делая. Если кто и бросит работу, его место займут другие. Да и мест этих немного — посмотрите на диаграмму: одиннадцать процентов производят все, что только нужно остальным и себе в том числе. Столько желающих работать всегда найдется в любом обществе. То же можно сказать и о сфере услуг — особенно если учесть, что и в ней люди в значительной мере вытесняются автоматами и роботами.

И еще: бомжи (*bums* или *homeless*) и бичи<sup>24</sup> — это не только и не столько лодыри и наркоманы, сколько люди, не поспевающие за темпом жизни, это люди, уставшие грести против течения для того, чтобы находиться вместе со всеми, и потому поплывшие по течению вниз. Так что помощь и тем и другим нужна: одним потому, что в их труде общество не нуждается, другим — потому, что у них нет сил бороться за свое место под солнцем.

Противники БОД говорят, что если люди зарабатывают при полной рабочей неделе на таких работах, как уборка и вывоз мусора, сборка деталей на конвейере, мытье посуды, приготовление пищи в массовых масштабах и на иных малоприятных работах, сумму, примерно равную предполагаемому

---

<sup>24</sup> БОМЖ — от «Без Определенного Места Жительства» — данным сокращением обозначались в СССР бездомные. БИЧ: первоначальное значение — опустившийся человек, устраивающийся на сезонные работы, в остальное же время года не работающий. В 1960–1970-е годы слово стало трактоваться как аббревиатура от «Бывший Интеллигентный Человек».

БОДу, то кто же будет при таких условиях выполнять эти тяжелые и не самые приятные работы. Если людям предложат за те же деньги отдыхать дома, то несложно предположить реакцию.

Насчет неприятных, грязных и тяжелых работ ответ может быть, например, таким. Если человек голодный, то у него нет выбора работать или нет. Выбор есть только у работодателя, который может выбирать среди голодных. То есть действует внеэкономическое принуждение к труду — отсутствует равенство прав сторон в таком «состязательном процессе», как наем на работу. Здесь одна сторона процесса — сторона-предъявитель спроса на рабочую силу, другая — сторона, предлагающая рабочую силу. Если человек не голодный, он может выбирать — идти работать или нет. Тогда лишь вступают в действие действительно экономические взаимоотношения между работодателем и нанимающимся и, при наличии привлекательных условий для нанимающегося и соответствующих нравственных и социальных установок у личности, человек пойдет на любую работу — будь то грязная и тяжелая, или легкая — нелегальная торговля наркотиками, например.

## **Реинкарнация закона о бедных**

Фактически сегодня произошла реинкарнация закона о бедных, только на новом, значительно более высоком экономическом и социальном уровнях развития общества.

Сегодня содержание «лишних» людей начинает брать на себя государство. Пока это помощь, которая осуществляется в виде выдачи временных пособий по безработице, в виде более долговременных программ поддержки (*welfare*), в виде пенсионных выплат и выплат нетрудоспособным. Сюда же можно отнести такие социальные программы, как бесплатное обучение и медицина. В принципе, содержать «лишних» людей государство может на протяжении всей их жизни. Государство, достигшее достаточно высокого уровня развития, может позволить себе это.

Как видно из рис. 2.1 на примере Канады, фактически чуть более десятой части населения (1% + 10% на рис. 2.1) содержит все население — себя самих и остальных, не создающих материальных ценностей.

## **Верим ли мы в прогресс**

Во все времена считается, что человек должен работать, чтобы обрести хлеб свой насущный. И кто не работает, тот не ест.

Но если все необходимое для всех членов общества производится без участия всего сообщества людей, то должен ли человек умереть от голода из-за того, что общество не нуждается в его труде и он, естественно, не может найти работу и заработать право на получение необходимого для существования? Умирают ли от голода звери и птицы в природе, если вокруг них полно пищи? Почему же человек в сходной ситуации должен умереть?

Нам необходимо определиться: имеют ли в сложившейся ситуации люди право на жизнь не работая? Должны ли они в такой ситуации зарабатывать хлеб свой насущный?

С одной стороны, как будто бы должны — поскольку существующая парадигма<sup>25</sup> организации общества и рядовой обыватель, в соответствии со сложившимися у него представлениями, полагают, что человек должен обеспечивать свое существование своим трудом.

С другой стороны, в обществе изобилия всего для всех, если общество в труде данного человека не нуждается — поскольку часть общества обеспечивает всем необходимым все общество — работу найти он не сможет. Каким образом он обеспечит в таком случае свое существование?

### **Меняем парадигму?**

Может логичнее и проще поменять парадигму — такой способ нашего мышления, при котором мы считаем, что человек не имеет права ничего потреблять, не вложив своего труда в коллективный котел.

Такая парадигма устраивает экономическую систему и для нее имеет смысл: не будет работника, производителя —

---

<sup>25</sup> Парадигма здесь — это система взглядов, понятий, идей, принятая в обществе и/или в научном сообществе и господствующая в течение определенного исторического периода. Например, геоцентрическая парадигма — представление, по которому в центре мироздания находится недвижная Земля, а Солнце, Луна, звезды и другие небесные тела движутся вокруг нее. Эта парадигма просуществовала примерно 2000 лет.

не будет и экономической системы. Поэтому она и принуждает к труду экономическим способом — поддерживает только тех, кто трудится. Но с точки зрения общечеловеческих ценностей — системы более высокого ранга по отношению к экономической — человек должен быть накормлен независимо от того, работает он или нет. Иначе он умрет.

Если мы верим в прогресс, нужно идти не по пути создания новых рабочих мест и привлечения людей к труду, когда в этом нет потребности и смысла, а по пути обеспечения средствами существования «лишних» граждан — лишние они только для экономической системы, но не для общества.

Если мы с этим не согласны — мы в прогресс не верим.

В конце-концов все зависит от общественного договора: согласится ли общество существовать на условиях новой парадигмы, о которой писал еще Годвин в своем труде *«Исследование о политической справедливости»* более двухсот лет назад. Как видим, все к тому идет.

## **Итак**

Человечество постоянно решает сложные вопросы, связанные с ростом населения и качеством жизни. Человечеству нужно знать, по какому сценарию, по какой траектории пойдет рост населения. Где этот рост остановится? Хватит ли на всех ресурсов? Исчезнет ли голод на земле?

Мальтус в «Опыте» описывает фактически два различных сценария динамики численности населения: когда население растет в геометрической прогрессии, не встречая препятствий, и когда население ограничивается в своем росте средствами существования.

На графике процесс роста в геометрической прогрессии может быть представлен в виде кривой, которая выглядит примерно так, как начальный участок траектории на рис. 1.1 — от нижней асимптоты до точки перегиба  $i(0; 0,5)$ .

Однако Мальтус не говорит, как изменяется траектория, когда часть людей начинает голодать и голод или иные причины препятствуют дальнейшему росту численности населения в геометрической прогрессии, — хотя и поднимает в конце концов вопрос о втором участке траектории роста [45; с. 31]:

«... it follows necessarily that the average rate of the *actual* increase of population over the greatest part of the globe, obeying the same laws as the increase of food, must be totally of a different character from the rate at which it would increase if *unchecked*. The great question, then, which remains to be considered, is the manner in which this constant and necessary check upon population practically operates».

(... отсюда следует что средняя скорость *фактического* роста населения на большей части земного шара, подчиняясь тем же законам, что и увеличение пищи, должна иметь совершенно иной характер, чем скорость, с которой бы население росло *в отсутствие препятствий*. Главный вопрос, который остается выяснить, — это способ, с помощью которого осуществляется это постоянное и необходимое противодействие.)

Как видим, Мальтус не знает, как выглядит траектория роста населения в случае, когда вступают в действие силы, препятствующие размножению.

Первыми «дорисовали» второй участок траектории математики.

## ФЕРХЮЛЬСТ

Бельгиец Пьер Франсуа Ферхюльст (Pierre François Verhulst; 1804–1849) — математик, действительный член Бельгийской академии наук (*Académie royale de Belgique*) и ее президент — предложил формулу, в которой скорость роста численности населения зависит от самой этой численности. Кривую, которая графически отражает такой закон роста, Ферхюльст без всяких пояснений назвал логистической кривой. А заняться поиском формулы ему предложил Кетле.

Имеется очень содержательная статья Бернарда Делмаса (Bernard Delmas) «*Pierre-François Verhulst et la loi logistique de la population*» (Пьер-Франсуа Ферхюльст и логистический закон народонаселения) [12] и достаточно прочесть ее одну, чтобы представить себе образ жизни, научную и политическую деятельность Ферхюльста. Из статьи можно узнать, например, о том, почему чистый математик Ферхюльст начал заниматься проблемами народонаселения, точнее, искать закон,

по которому происходит увеличение численности населения, понять каковы были взаимоотношения между Ферхюльстом и Кетле, который был вначале учителем Ферхюльста — профессором математики в Королевском Атенеуме в Брюсселе (*Athénée royal de Bruxelles*), а затем и коллегой Ферхюльста.

## **Кетле**

Ламбёр Адольф Жак Кетлэ (Lambert Adolphe Jacques Quételet; 1796–1874) — бельгийский математик, астроном, метеоролог, социолог. Попытался создать математическую модель роста численности народонаселения.

Кетле начал свою научную деятельность работами в области математики и физики. Затем стал интересоваться астрономией. Один из родоначальников научной статистики. Кетле был очень хорошо знаком с Мальтусом, и они вместе способствовали становлению полноценных государственных учреждений статистики и статистических обществ в Англии и в некоторых других государствах Европы.

Кетле — основоположник учения о средних величинах в статистике. На основании обработки большого объема статистического материала он продемонстрировал явление статистической устойчивости, которое состоит в том, что при увеличении величины выборки частота случайного события или среднее значение физической величины стремится к некоторому фиксированному числу. И обнаружили удивительные вещи [70; Livre Premier, Section deuxième, CHAPITRE II]. Вот как об этом пишет, например, профессор политической экономики и статистики Бернского университета Наум Райхесберг (Naüm Reichesberg; 1867–1928) в своей книге *«Адольф Кетлэ. Его жизнь и научная деятельность»* [126; с. 5–6]:

«Кетлэ впервые показал, что число браков, преступлений, самоубийств почти не меняется из года в год; что число браков, заключенных между принадлежащими к различным возрастным группам, точно так же, как и число браков между членами различных классов и сословий, подвергается очень ничтожным колебаниям. ... Грабежи, разбои, убийства, подлоги, подделки документов, казнокрадство и всякие другие злодеяния совершаются из года в год с поразительной правильностью, и

каждый год тюрьмы и арестные дома наполняются строго определенным количеством представителей названных «профессий». Даже самоубийцы — и те из года в год в определенном числе вешаются, в определенном числе стреляются, отравляются, бросаются с верхних этажей или под поезд железной дороги и т. д., ...»

После ознакомления с такими данными может возникнуть вопрос: если такие отклонения от «условной нормы поведения» повторяются из года в год и не меняются в процентном соотношении, не являются ли они результатом отклонений от «условной нормы» на генетическом уровне?

Адольф Кетле был почетным и действительным членом около ста научных учреждений и обществ и имел бесчисленное количество орденов чуть ли не всех цивилизованных государств мира [126; с. 83].

Кетле и Ферхюльста связывали дружеские отношения. Оба были талантливые математики, оба — академики.

В панегирике «*Notice sur Pierre-François Verhulst*», прочитанном 16 декабря 1849 года в память о Ферхюльсте в Отделении наук Академии и опубликованном в ежегоднике «*Annuaire de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique*» [71], Кетле кратко изложил жизненный путь и круг научных интересов Ферхюльста, а также привел полный список публикаций своего бывшего коллеги. Кетле, в частности, отметил [71; с. 98–99]:

«Il fut successivement mon élève et mon collaborateur; mon collègue à l'École militaire et mon confrère à l'Académie; je m'honore d'avoir été son ami, depuis l'instant où j'ai pu le connaître jusqu'à celui où la mort nous a séparés; ...»

(Он был последовательно моим учеником и моим сотрудником; моим коллегой в военной академии (École royale militaire de Belgique, Bruxelles — *примеч. наше*) и моим коллегой в Академии; и для меня большая честь в том, что я был его другом с момента нашего знакомства и до того, как смерть нас разлучила; ...)

В журнале «*Human Biology*» за 1933 год имеется перевод этого панегирика с французского на английский [50; сс. 673–689].

## Механическая аналогия Кетле

Согласно закону народонаселения Мальтуса [41], при избытке средств существования численность населения увеличивается в геометрической прогрессии до тех пор, пока дефицит средств существования, которые могут увеличиваться лишь в арифметической прогрессии, не начнет препятствовать росту населения.

Мальтус отмечал, что многие авторы согласны с очевидной истиной, что численность населения ограничивается средствами существования, но никто из них не указал, какие именно факторы и каким образом ограничивают эту численность [41; Preface, с. iii]:

«It is an obvious truth, which has been taken notice of by many writers, that population must always be kept down to the level of the means of subsistence; but no writer that the Author recollects, has inquired particularly into the means by which this level is effected ... »

(Это очевидная истина, отмеченная многими писателями, что население всегда должно соответствовать уровню средств существования; но ни один писатель, насколько известно автору, не исследовал средства, с помощью которых этот уровень обеспечивается ...)

Мальтус указал на факторы, препятствующие росту численности населения, и способ их действия. Но ни он сам, ни кто-либо после него не установил когда и каким образом эти силы вступают в действие — резко, внезапно или исподволь, загодя, постепенно нарастая. Иными словами, не было предложено целостной теории народонаселения и ее математического представления динамики численности — своего рода закона роста народонаселения. А в том, что такой закон существует, Кетле не сомневался.

И здесь следует обратить внимание на особенности научного подхода ученых того времени к решению проблем.

По мере изучения природы расширялось применение математики для описания природных явлений. Математическое описание явления, то есть описание, представленное в виде формулы или совокупности формул, становилось законом,

так как формула совершенно четко устанавливала взаимосвязь частей явления или взаимосвязь его с другими явлениями и не допускала уже различных толкований и предположений.

Изучение природы началось с изучения простейшей — механической формы движения материи: изучались механические перемещения масс и их взаимодействия. Так появилась механика и астрономия — как механика небесных сфер. Для них и появились первые законы, выраженные в математической форме — законы взаимодействия масс Ньютона, законы движения планет Кеплера etc. Изучение свойств самих масс привело к появлению физики и химии.

Использование математики приводило к тому, что реальные явления окружающего нас мира представлялись их математическими отображениями, которым доверяли и считали, что они правильно, достоверно отображают ту или иную реальность, взаимозависимость. С другой стороны, считалось, что такие математические изображения — формулы, уравнения — это не существующие сами по себе абстракции, а естественные представители реального мира. Подробнее об этом см. в книге «*La mathématisation du réel*» (Математизация реальности) историка науки, профессора Джорджо Израэля (Giorgio Israel; 1945–2015) [26; с. 11] и у Делмаса [12; с. 58].

То есть формула — это не просто математическое выражение, а некое суждение о фрагменте реальности. Такая привязка математики к реальности полагала наличие реальных аналогий математическим формулам в реальном мире и, поскольку механика была с исторической и концептуальной точек зрения первой формой движения материи, с которой началось изучение мира, то при попытках установить новые законы, ученые искали аналогии им в механическом мире.

Впечатляющие успехи механики породили представление о механической сущности мира и о принципиальной сводимости всех процессов в мире к механическим. Так появился метод механических аналогий, который в течение длительного времени был главным методом математизации — этаким «посредником» между изучаемым явлением и математикой.

Живые организмы, например, рассматривались как особые механизмы, отличающиеся от созданных человеком только сложностью строения и функционирующие на основании

механических закономерностей. Весь космос — это лишь бесконечный и сложный механизм. Всюду и везде виделось лишь действие механических и физических сил. Все, что существует, есть результат действия этих сил. Изучение вселенной должно быть направлено на открытие этих сил и определение их действия, которое всюду и везде однородно и неизменно.

Кетле верил в возможность разработать социальную науку в виде некоей социальной механики — со структурой, функциями и законами, принятыми в обычной механике [12; с. 58]. Он поставил себе целью показать, что общественные явления управляются такими же постоянными и непреложными законами, какими управляется, например, движение небесных тел; что в человеческом обществе действуют те же физические силы, что и в остальной природе; что общество функционирует на основе тех же законов, которые управляют миром, окружающим человека.

В вышедшем в 1835 году сочинении «*Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou Essai de physique sociale*» (О человеке и развитии его способностей, или Опыт социальной физики) Кетле делает попытку обосновать «социальную физику» [69]. Социальная физика Кетле — это наука об общественной жизни, которая подобно другим формам природы управляется законами помимо воли человека и без его ведома.

Для учеников Лапласа, таких как Кетле, метод механических аналогий казался настолько естественным, что ученым трудно было представить себе математическое описание, не имеющее аналога в механическом мире и единственный способ построить «настоящую» математику социального мира людей состоял в том, чтобы методами и арсеналом математики имитировать механику [26; с. 161], [12; с. 59].

И когда Кетле занялся рассмотрением проблемы народонаселения, то первым делом начал искать подходящий механический аналог. Для начала он постулировал, что население находит в самой своей тенденции роста причины прекращать рост своей численности, то есть все более и более стремится к тому, чтобы становиться постоянным [69; Т. I; с. 278]:

«Ainsi, quand une population peut se développer librement et sans obstacles, elle croît selon une *progression géométrique*; si le développement a lieu au milieu d'obstacles de

toute espèce < ... >, la population n'augmente pas d'une manière indéfinie, mais elle tend de plus en plus à devenir *stationnaire*. Il en résulte donc que la population trouve, dans sa tendance même à croître, les causes qui doivent prévenir les funestes catastrophes ...»

(Таким образом, когда население может развиваться свободно и без препятствий, оно растет в *геометрической прогрессии*, если же развитие происходит среди различных видов препятствий, < ... > население не увеличивается до бесконечности, а все более и более стремится к тому, чтобы становиться *стационарным*. Из этого следует, что население в самой своей тенденции роста находит причины, которые должны предотвратить фатальные катастрофы ...)

Кетле утверждал, что популяции никогда не могут развиваться настолько быстро, чтобы внезапно столкнуться с той границей, которая определяет максимально допустимую для них численность и которая определяется доступным для каждой популяции объемом средств существования [69; Т. I; с. 279]:

«La limite qu'elles ne peuvent dépasser, est variable de sa nature, et se trouve réglée par la quantité des subsistances; jamais les populations ne peuvent se développer avec une rapidité assez grande pour venir brusquement se heurter contre cette limite; ...»

В качестве механического аналога для своей модели роста численности популяции Кетле выбрал движение тела в воздушной среде [69; Т. I; с. 277], [91; с. 42]. В выбранном аналоге, чем быстрее тело движется сквозь воздушную среду — падает, например, — тем сильнее оно тормозится. Если мы посмотрим на формулу для определения силы сопротивления воздуха движущемуся в воздухе телу, то увидим, что эта сила пропорциональна квадрату скорости, с которой тело движется в воздушной среде [12; с. 59].

Отсюда понятно, почему Кетле для своей модели принял, что сопротивление или сумма препятствий росту народонаселения, при прочих равных условиях, пропорциональны квадрату скорости, с которой это население стремится возрастая [50; с. 684], [69; Т. I; с. 277]:

*«La résistance, ou la somme des obstacles à son développement, est, toutes choses égales d'ailleurs, comme le carré de la vitesse avec laquelle la population tend à croître».*

Но с этой механической аналогией дело не ладилось: как замечает Ферхюльст, чтобы рост популяции прекратился и стабилизировался на некотором уровне, то есть чтобы прекратилось падение тела в механическом аналоге, плотность воздуха должна возрасти до бесконечности. А такого аналога в природе не наблюдается. Прочитируем Ферхюльста [84; с. 114.]:

*«On peut faire diverses hypothèses sur la résistance ou la somme des obstacles opposés au développement indéfini de la population. M. Quetelet la suppose proportionnelle au carré de la vitesse avec laquelle la population tend à croître. C'est assimiler le mouvement de la population à celui d'un mobile qui tombe en traversant un milieu résistant. Les résultats de cette comparaison s'accordent, d'une manière satisfaisante, avec les données de la statistique et avec ceux que j'ai obtenus par mes propres formules, quand on suppose aux couches du milieu traversé, une densité indéfiniment croissante».*

(Можно выдвигать различные гипотезы о сопротивлении или сумме препятствий, противодействующих неограниченному росту населения. Господин Кетле полагает, что сопротивление пропорционально квадрату скорости роста населения. При этом он уподобляет движение населения движению тела, падающему сквозь сопротивляющуюся среду. Результаты этого сравнения соотносятся удовлетворительно с данными статистики и с теми, что я получил с помощью моих собственных формул, если считать, что плотность слоев пересекаемой среды возрастает до бесконечности.)

Короче говоря, Кетле застрял в своих попытках переноса в демографию законов аэродинамического сопротивления и предложил Ферхюльсту изучить проблему, подобрать подходящий механический аналог из каких-либо природных явлений, найти решение проблемы — найти закон роста численности населения в виде математической зависимости (формулы) и сопоставить полученные результаты с имеющимися на

тот момент статистическими данными некоторых стран о населении.

Почему Кетле сам не довел дело до конца? Потому, что, как мы видим, предложенная им аналогия не привела его к решению проблемы, а поменять концептуально подход к решению проблемы в силу своих убеждений он не считал нужным. Кроме того, можно предположить, что довести дело до конца у Кетле просто не было возможности: он был чрезвычайно занят — жизнь его была заполнена до отказа исполнением официальных и академических функций. Ферхюльст был менее загружен, он, например, стремился участвовать во всех политических и общественных событиях, которые будоражили Бельгию той эпохи. И даже, будучи в Италии с целью поправить свое здоровье, он разрабатывает проект конституции, который намеревается представить Папе Римскому, дабы тот провел реформу в Папской области<sup>26</sup> и дал конституцию своему народу [50; с. 680], [71; с. 107].

Необходимо отметить, что все попытки Ферхюльста активно участвовать в политической и общественной жизни успеха не имели. Кетле критиковал подобные попытки, отмечая, что мало ученых и артистов отличилось на парламентской арене, и, напротив, много угасло, утратило свой талант, потеряло свою репутацию [71; с. 109] (см. также: [12; с. 63], [50; с. 682]):

«Les savants, et les artistes surtout, doivent-ils chercher à se présenter dans l'arène parlementaire? On pourrait en douter, en considérant que peu s'y sont distingués, et que beaucoup au contraire y ont perdu de leur réputation».

## **Математическая модель Ферхюльста**

Ферхюльст не считал нужным опираться на какой-либо из аналогов реального мира при математическом моделировании динамики численности популяции и написал свою формулу без учета всяких аналогий. Кетле, воспитанный в духе механических аналогий, не мог согласиться с таким подходом, хотя и рекомендовал статьи Ферхюльста к публикации. Это

---

<sup>26</sup> Папская область — теократическое государство, существовавшее в Центральной Италии с 752 по 1870 год и возглавлявшееся папой римским.

принципиальное разногласие между ними так и осталось не разрешенным — каждый оставался при своем мнении.

### **Четыре публикации**

Результаты научных исследований Ферхюльста в области динамики популяций привели к появлению четырех публикаций неравной значимости:

- статья «*Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement*» (Замечание о законе, которому следует население в своем росте) от 1838 года [84];
- статья от 1845 года «*Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population*» [1er Mémoire] (Математические исследования закона роста населения [Первое сообщение]) — 39 страниц текста и один график; это публикация доклада, прочитанного на заседании Академии 30 ноября 1844 года [85];
- краткое сообщение «*Note sur la loi d'accroissement de la population*» (Записка о законе роста населения), появившееся в бюллетене Академии наук Брюсселя в 1846 году — текст на 2-х страницах [86];
- статья «*Deuxième mémoire sur la loi d'accroissement de la population*» (Второе сообщение о законе роста населения), опубликованная в 1847 году — это публикация второго доклада по динамике популяций, прочитанного на заседании Академии 15 мая 1846 года [87].

### **1838**

В короткой статье «*Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement*» от 1838 года [84] Ферхюльст говорит о том, что рост любой популяции имеет предел, поэтому кривая роста по геометрической прогрессии Мальтуса должна загибаться и устанавливаться на некоем уровне в соответствии с предложенным им — Ферхюльстом — уравнением. В соответствии с этим уравнением кривая роста сначала круто идет вверх, а затем плавно, постепенно, асимптотически приближается к некоему уровню, на котором и устанавливается.

Перевод этой статьи на английский язык и комментарий к ней можно найти в сборнике избранных статей «*Mathematical*

*Demography: Selected Papers»* (Математическая демография: избранные статьи) [76; сс. 333–339].

Имеющихся на момент опубликования статьи статистических данных, подтверждающих факт стабилизации численности населения какой-либо страны на некотором уровне, не было. И предположение Ферхюльста, как и Кетле, о стабилизации численности основывалось на здравом смысле — видно было, что численность животных каждого вида ограничена, то есть не увеличивается до бесконечности. Того же самого, видимо, следовало ожидать и от человеческой популяции.

Ферхюльст полагал, что цель математического моделирования состоит не в том, чтобы предсказать точно траекторию роста, а в том, чтобы определить максимальную численность населения (численность стационарного населения), которая может быть достигнута на данной территории, учитывая прошлую эволюцию и настоящий уровень цивилизации. В этом его подход, как видим, также отличен от подхода Кетле.

Уравнение, которое предложил Ферхюльст для описания роста популяции, численность которой до некоторого уровня и далее не увеличивается, в общем виде выглядит так [84; с. 116] (нумерация формул та же, что и в статье):

$$p = \frac{mp'e^{mt}}{np'e^{mt} + m - np'}, \quad (1)$$

где  $p$  — численность популяции на рассматриваемый момент времени  $t$ ;  
 $p'$  — начальная численность популяции;  
 $m$  и  $n$  — коэффициенты;  
 $e$  — основание натуральных логарифмов.

Ферхюльст поясняет, как появилась его формула. Так, если популяция  $p$  растет по геометрической прогрессии, то скорость ее роста  $v = dp/dt$  (скорость в каждой точке кривой роста) пропорциональна численности населения  $p$  [84; с. 115]:

$$dp/dt = mp.$$

Но поскольку темпы роста населения тормозятся самой возрастающей численностью жителей, необходимо вычесть

из  $mp$  неизвестную функцию  $p$  и формула в таком случае принимает вид:

$$dp/dt = mp - \varphi(p).$$

Здесь  $\varphi(p)$  — замедляющая функция.

В качестве замедляющих Ферхюльст протестировал не менее четырех функций:

$$\varphi(p) = np^2 \quad \varphi(p) = np^3 \quad \varphi(p) = np^4 \quad \varphi(p) = n \log p.$$

Так как результаты оказались достаточно близки, Ферхюльст решил использовать наиболее простую функцию:

$$\varphi(p) = np^2.$$

Решая уравнение  $dp/dt = mp - \varphi(p) = mp - np^2$  Ферхюльст и получает свое уравнение (1).

По этой своей формуле (1) Ферхюльст рассчитал население Франции с 1817 по 1831 год, Бельгии с 1815 по 1833 год, английского графства Эссекс на юго-востоке Англии (*comte d'Essex en Angleterre*) с 1811 по 1831 год и России с 1796 по 1827 год.

Конкретных значений коэффициентов  $m$  и  $n$  в формуле (1), которые он использовал при расчетах численности населения указанных стран и территорий, Ферхюльст не приводит.

Ввиду того, что статистические данные во времена Ферхюльста были очень ограничены, прогнозов на будущее он не делает, графиков с экстраполяцией на будущее не приводит, максимальную численность населения не указывает, а лишь ограничивается составлением таблиц, демонстрирующих степень совпадения рассчитанных по его формуле значений с имеющимися у него статистическими данными.

Ферхюльст уверен, что путь, которым он следовал, обязательно должен привести к познанию истинного закона народонаселения [84; с. 115]:

«Cependant, comme la marche que j'ai suivie me paraît devoir conduire nécessairement à la connaissance de la véritable loi, ...».

## 1845

Вторая, более обстоятельная статья по проблеме динамики популяций «*Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population*» была опубликована семью годами позже первой [85]. Здесь Ферхюльст впервые дает имя «логистическая» кривой [85; с. 8]:

«Nous donnerons le nom de *logistique* à la courbe ( voyez la figure ) ...»

(Мы дадим кривой имя «логистическая» (смотри рисунок) ...)

Анализ этой статьи на английском языке можно найти в статье «*The Growth of Population and the Factors which Control it*» (Рост населения и факторы, которые его контролируют) [91]. Автор статьи — профессор Джордж Удни Юл (George Udny Yule; 1871–1951); указывается и как Джордж Уидни Йоль.

В 1772 году термин «логистическая кривая» употребил Бенджамин Мартин (Benjamin Martin; 1705–1782) в своем труде «*Logarithmologia Nova; or a new and compendious System of Logarithms, in all the different Kinds, viz. 1. Nautical Logarithms, invented by Mr. Wright. 2. Natural Logarithms, by Lord Neper. 3. Common Logarithms, by Mr. Briggs. With their Application in the Operations of Arithmetic, the Doctrine of Ratios, Natural Philosophy, the Cotesian Geometry, and Navigation in particular. The whole illustrated by the **Logistic Curve** (выделение наше — А. Д.) at large; with the Construction and Delineation of all the Logarithmic Lines and Scales*». By Benjamin Martin (1772). Printed for autor, and sold by him in Fleet-street.

Или см.:

«*The mariner's mirror part [III.] Being a new and compendious system of logarithms in all the different kinds, viz. I. Nautical Logarithms invented by Mr. Wright. II. Natural Logarithms by Lord Neper. III. Common Logarithms by Mr. Briggs. With Their Application in the Operations of Arithmetic, the Doctrine of Ratios, Natural Philosophy, the Cotesian Geometry; and Navigation, in Particular. The Whole illustrated by the **Logistic Curve** at large; with the Construction and Delineation of all the Logarithmic Lines and Scales*». By Benjamin Martin. — London, 1772.

В начале статьи Ферхюльст отмечает, что геометрический рост осуществляется только при исключительных обстоятельствах, — например, для плодородной территории и неограниченного распространения достаточно развитой цивилизации. Соединенные Штаты Америки — единственная страна такого типа. Геометрический рост присущ популяциям до тех пор, пока они не начинают ощущать препятствия своему росту. Ощущаться препятствия начинают с того момента, когда популяция достигает такой численности, которую Ферхюльст характеризует, как «нормальное население» (*population normale*) и обозначает буквой  $b$  в своей статье. По достижении уровня  $b$  темп роста населения уже не является постоянным, а уменьшается по мере того, как население увеличивается.

К статье прилагается график, на котором представлены две кривые роста. Одну кривую Ферхюльст называет логарифмической (*logarithmique*) — она отображает рост по геометрической прогрессии [85; с. 6]; другую кривую он называет логистической (*logistique*) — она отображает рост численности населения с замедлением скорости роста [85; с. 8]. Рост по логарифмической кривой осуществляется при отсутствии препятствий росту со стороны внешней среды. Согласно сегодняшним представлениям геометрический или экспоненциальный рост выражает так называемый «биотический потенциал» — потенциально возможный неограниченный рост при отсутствии препятствий росту со стороны внешней среды. По логистической кривой увеличивается численность популяции при наличии препятствий со стороны внешней среды. Величина области, заключенная между двумя кривыми, показывает насколько сильно препятствует росту популяции внешняя среда. Сегодня эта область имеет название «сопротивление среды».

Если в статье от 1838 года в качестве исходной принята концепция  $dp/dt = mp - f(p)$  [84; с. 115], то теперь в качестве замедляющей Ферхюльст предлагает не  $f(p)$ , а функцию вида  $f(p - b)$  и выбирает случай, когда  $f(p - b) = n(p - b)$ .

Уравнение роста теперь выглядит следующим образом [85; с. 8]:

$$\frac{Mdp}{pdt} = l - n(p - b), \dots \dots (2)$$

где  $p$  — численность на момент времени  $t$ ;  
 $l$  и  $n$  — коэффициенты;  
 $b$  — уровень нормального населения.

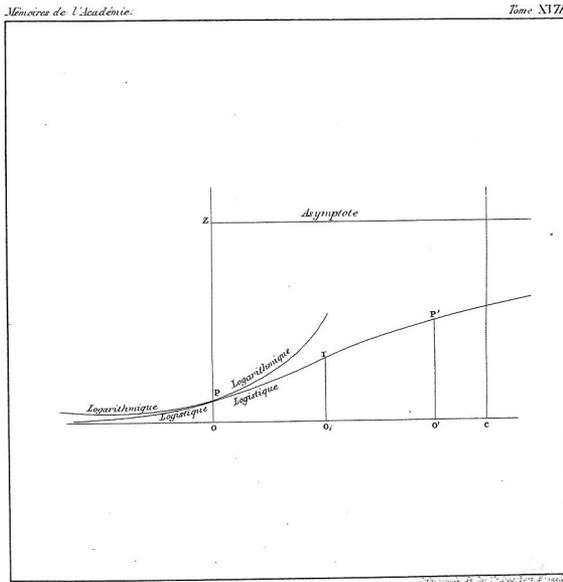


Рис. 2.2. Рисунок, прилагаемый к статье Ферхюльста от 1845 года

Население, превышающее уровень нормального населения (*population normale*), то есть когда  $(p - b) > 0$ , считается избыточным (*population surabondante*);  $M$  — масштабный множитель преобразования натурального логарифма в обычный (« $M$  le module par lequel il faut multiplier les logarithmes népériens pour les convertir en logarithmes vulgaires» [85; с. 6]);  $M = \log e$  — см. дополнительно об этом в статье Бонни Шульман<sup>27</sup> (Bonnie Shulman; Ph.D. in mathematical physics in 1991).

<sup>27</sup> см. с.181 в: Shulman, Bonnie. *Using original sources to teach the logistic equation.* — Pp. 163–190. // The UMAP Journal (The Journal of Undergraduate Mathematics and Its Applications). — Vol. 18, Issue 4. — December, 1997.

Скорость роста популяции выражена в относительных единицах, а не в абсолютных величинах, как в статье 1838 года, то есть используется не  $dp/dt$ , а

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{dp}{dt}.$$

В статье нигде нет никаких указаний ни на возможное положение уровня  $b$  «нормального населения», ни на дату достижения этого уровня, так что совершенно неясно, когда начинают действовать препятствия.

В разделе статьи «Закон роста населения Бельгии» (§15. *Loi de la population en Belgique*) [85; с. 22] Ферхюльст вычисляет предельную численность населения для Бельгии и добавляет [85; с. 31]:

«Ces résultats numériques nous apprennent que, si les lois et les mœurs de la Belgique n'éprouvaient aucun changement notable, *la population de ce royaume, bien que toujours croissante, ne s'élèverait jamais à six millions six cent mille âmes.* < ... > Quant à l'époque où elle a cessé de croître en progression géométrique, il est impossible de l'assigner, puisqu'on ne connaît pas la population normale, et que le coefficient de la fécondité propre aux peuples de la Belgique, nous est également inconnu».

(Эти численные результаты говорят нам, что, если законы и обычаи Бельгии не будут существенно меняться, народ этого королевства, хотя и растёт, никогда не составит 6 600 000 душ. < ... > Что касается времени, в течение которого продолжается рост в геометрической прогрессии, его невозможно определить, так как мы не знаем величину нормального населения, и коэффициент рождаемости для Бельгии нам тоже неизвестен.)

Ферхюльст также вычисляет предельную численность населения Франции [85; с. 32] и завершает свою статью словами [85; с. 38]:

«On trouve alors, en faisant usage des documents statistiques publiés par les gouvernements belge et français, que la limite extrême de la population, est de *quarante millions* pour la

France, et de *six millions six cent mille* âmes, pour la Belgique».

(Затем мы находим, путем использования статистических документов, опубликованных бельгийским и французским правительствами, что предельная численность населения составляет сорок миллионов для Франции и шесть миллионов шестьсот тысяч душ для Бельгии.)

## 1846

Сообщение «*Note sur la loi d'accroissement de la population*», появившееся в 1846 году в разделе «Сообщения и чтения» Бюллетеней Королевской Академии наук и изящной словесности Брюсселя (CLASSE DES SCIENCES. Communications et lectures *Bulletins de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Bruxelles*), — это краткая заметка на двух страницах [86]. Ферхюльст говорит о том, что более углубленные исследования позволили ему обнаружить новое условие, которому должна удовлетворять замедляющая функция. Функция эта служит мерой препятствий, которые противодействуют тому, чтобы число жителей в стране росло бесконечно, следуя геометрическому росту [86; с. 226–227]:

«En admettant que les obstacles précités augmentent, non pas proportionnellement à la population surabondante, comme je l'avais supposé dans mon mémoire précédent, mais bien *proportionnellement au rapport de la population surabondante à la population totale*, je suis tombé sur de nouvelles formules dont l'application à la Belgique m'a donné pour limite de la population *neuf millions quatre cent trente-neuf mille âmes*. Quant à la population normale, <...> elle ne surpasse guère *deux millions*.

< ... >

Lorsque mon mémoire sera terminé, j'espère que la Compagnie voudra bien l'accueillir avec la même bienveillance que le précédent».

(Допуская, что вышеупомянутые препятствия увеличиваются не пропорционально избыточному населению, как я предположил в моем предыдущем сообщении, а пропорционально коэффициенту избыточного населения

в общем населении, я пришел к новым формулам, применение которых к Бельгии дало мне предельное население девять миллионов четыреста тридцать девять тысяч душ. Что касается нормального населения, < ... > оно вряд ли превышает двух миллионов. < ... > Когда мое исследование будет закончено, я надеюсь, что ученое сообщество примет его с той же благосклонностью, что и предыдущее.)

## 1847

Статья 1847 года «*Deuxième mémoire sur la loi d'accroissement de la population*» [87] — это улучшенный вариант статьи 1845 года. Треть статьи занимают математические выкладки с пояснениями, две трети — рассуждения Ферхюльста на демографические темы, непосредственного отношения к математике не имеющие. Ферхюльст усовершенствовал свою формулу и в качестве замедляющей теперь предлагается функция вида  $f((p - b)/p)$ . Формула приобрела следующий вид — для простейшего случая, когда  $f((p - b)/p) = n(p - b)/p$  [87; с. 6]:

$$\frac{Mdp}{pdt} = l - \frac{n(p - b)}{p}.$$

Обозначения в этой формуле те же, что и в статье 1845 года. Ферхюльст поясняет на примере Бельгии, как он производил расчеты, в том числе показывает как он определил величину  $b$  численности нормального населения [87; с. 9].

Максимальная численность населения для Бельгии (*Le maximum de la population belge*) у него получилась равной 9 439 000 человек, численность «нормального населения» (*population normale*) составила 2 013 700 человек, что соответствовало 1785 году [87; с. 7, с. 9].

До 1785 года население увеличивается, не встречая препятствий, в геометрической прогрессии с мгновенной скоростью 2,7726% [12; с. 75], то есть удваиваясь каждые 25 лет [85; с. 6] — так, как принял Мальтус для Америки в своем «Опыте» [41; с. 186]. По достижении численности населения 2 013 700 человек, начинают действовать препятствия возрастанию численности населения.

Таким образом, как отмечает Делмас [12; с. 75], при переходе от статьи «*Premier Mémoire*» 1845 года [85] к статье «*Deuxième mémoire*» 1847 года [87], произошел переход от единственной логистической кривой к кривой из двух фаз, соединяющихся в некоторой точке  $b$ , названной точкой «нормального населения».

Как видим, максимальная численность населения для Бельгии «выросла» с 6,6 миллионов человек, предсказанных в статье от 1845 года [85], до 9,44 миллионов человек [87]. Произошло это из-за того, что на начальном участке траектории роста (до точки  $b$ ) население, не встречая препятствий, росло быстрее.

Для справки: фактическое население Бельгии по состоянию на 2017 год составляло примерно 11,4 миллиона человек и продолжает расти. Фактическое население Франции по состоянию на 2017 год составляло примерно 67 миллионов человек и продолжает расти. Это несравненно больше, чем предсказанная для Франции Ферхюльстом максимальная численность 40 миллионов [85]. Сопоставление фактических статистических данных с прогнозами Ферхюльста показывает, что ни один из его прогнозов не оправдался — прогнозы оказались слишком занижены.

### **Детерминистическая модель**

Модель Ферхюльста — это чисто детерминистическая, а не стохастическая (вероятностная) математическая модель и не включает стохастические компоненты. В такой модели подразумеваются постоянные, неизменные условия существования популяции: территория и объемы доступных объемов пищи (средств существования) неизменны — суть константы; враги, болезни, катаклизмы — отсутствуют. Численность популяции, таким образом, зависит только от численности самой популяции и ею же в конце концов ограничивается. Такую модель профессор Петр Турчин (Peter Turchin; 1957–), специалист в области популяционной динамики и математического моделирования исторической динамики, в своей статье «*Does Population Ecology Have General Laws?*» (Есть ли у популяционной экологии общие законы?) определяет как модель «самоограничивающейся популяции» (*population self-limitation*) — принцип «самоограничение популяций» [79; с. 20], [128; с. 14].

## Упоминания о публикациях Ферхюльста

Сообщения о логистической кривой Ферхюльста появлялись в печати, как видим, четыре раза: в 1838, в 1845, в 1846 и в 1847 годах. Позднее на эти работы было несколько ссылок. Упомянул Ферхюльста, например, Кетле [70; с. 333] в 1848 году; Жан Баптист Джозеф Лиагр (Jean-Baptiste-Joseph Liagre; 1815–1891) в 1852 году [36; с. 159]; немецкий экономист Георг Фридрих Кнапп (Georg Friedrich Knapp; 1842–1926) в 1872 году [33; с. 94]; Артур Фиркс [17; с. 482] (Arthur Freiherr von Fircks; 1838–1900) в 1898 году; Эммануэль Жозеф Буден (Emmanuel Joseph Boudin; 1820–1893) в лекциях к 1859–1860 учебному году (с. 76) — с. 134 в издании 1916 года [4]; в 1918 году Луи-Густав Паскье (Louis-Gustave Du Pasquier; 1876–1957) [13; с. 242].

Урланис без ссылок на первоисточники называет еще таких авторов [143; с. 51], как математик Мейер (Meyer), математик Герц (Hertz), математик Мансион (Mansion), немецкий статистик Гумбель (Gumbel).

Так что достаточно широко распространенное мнение о том, что статьи Ферхюльста были неизвестны и забыты, как видим, не вполне соответствует действительности. Статьи Ферхюльста, несмотря на отдельные упоминания и ссылки на них, просто не попали в поле зрения широкой и научной общественности — в отличие, скажем, от «Опыта» Мальтуса — и через 80 лет логистическая кривая была переоткрыта: в 1920 году Раймонд Пирл и Лоуэлл Рид (Raymond Pearl; Lowell Reed) опубликовали статью, где привели свою «логистическую» кривую и ее уравнение [56; сс. 281–282].

В заключение необходимо отметить, что когда мы говорим о кривой Ферхюльста или законе Ферхюльста, необходимо упоминать в этой связи и Кетле. Именно благодаря ему Ферхюльст подключился к работе над проблемами народонаселения. Именно Кетле предложил принцип, который реализовал Ферхюльст — принцип намного более быстрого (квадратичного, у Кетле) возрастания препятствий по мере роста населения, по сравнению со скоростью роста самого населения [69; Т. I, с. 277]:

*«La population tend à croître selon une progression géométrique. La résistance, ou la somme des obstacles à son*

*développement, est, toutes choses égales d'ailleurs, comme le carré de la vitesse avec laquelle la population tend à croître».*

(Население стремится возрастая в геометрической прогрессии. Сопротивление или сумма препятствий его развитию, при равенстве прочих условий, равняется квадрату скорости, с которой население стремится возрастая.)

## **РАЙМОНД ПИРЛ**

Наибольший вклад в популяризацию идеи роста численности популяций по логистической кривой внес, несомненно, Раймонд Пирл.

Подробнее о его активной деятельности в этом направлении можно узнать из содержательной статьи профессора кафедры истории науки и техники Шарон Кингсланд (Sharon Elizabeth Kingsland; 1951–) «*The Refractory Model: The Logistic Curve and the History of Population Ecology*» (Неподатливая модель: Логистическая кривая и история популяционной экологии) [31]. Из ее статьи можно, например, узнать, что Пирл вначале раскритиковал попытки использования уравнения логистического вида для моделирования процессов роста популяций, но затем сам стал его использовать и пропагандировать; что Пирл пытался доказать, что рост по логистической кривой — это закон и пытался убедить в этом сообщество ученых; что биологи, статистики и экономисты не согласились с Пирлом и, после периода многочисленных критических выступлений и дискуссий, для кривой была определена область ее применимости как инструмента исследования (*as a tool of research*) [31; с. 29, с. 40].

### **Плодовитость ученого**

Американский биолог, демограф и статистик Раймонд Пирл (Raymond Pearl; 1879–1940) был человеком огромного роста и веса, поразительной работоспособности и обладал энциклопедическими знаниями в биологии [27; с. 299]. Он был одним из самых продуктивных ученых. Список его научных работ, приведенный в статье «*Biographical memoir of Raymond Pearl*» Герберта Спенсера Дженнингса (Herbert Spencer Jen-

nings; 1868–1947), посвященной памяти Раймонда Пирла, содержит 712 наименований, включая 17 книг — не считая их переизданий и переводов [27; с. 300].

По поводу такой научной плодовитости Пирла существовало в его время даже нечто вроде анекдота или шутки<sup>28</sup>:

«A question regularly asked in the 1930s was: “Who is the best-read biologist?” The answer: “Raymond Pearl. He has only to read all that he has written”».

(На нередко задаваемый в 1930-х годах вопрос о том, кто самый читающий биолог, ответ был таким: «Раймонд Пирл. Он единственный, кто прочел все, что им написано».)

С 1918 года и до конца своей жизни Пирл являлся профессором частного исследовательского университета Джонса Хопкинса (*Johns Hopkins University*) в США.

Пирл был последовательно президентом следующих обществ: Американского общества зоологов (the American Society of Zoologists), Американского общества натуралистов (the American Society of Naturalists), Американской статистической ассоциации (the American Statistical Association), Американской ассоциации физиологической антропологии (the American Association of Physical Anthropologists), Международного союза исследований проблем населения (the International Union for the Scientific Investigation of Population Problems).

### **Закон роста популяции**

Основные труды Пирла были по биометрии и биологии человека. Наибольший интерес он проявлял к двум разделам биологии человека — долголетие и плодовитость [27; с. 306].

С начала 1900-х годов Пирл интересовался проблемами вариаций и корреляций у различных организмов.

#### **1907**

В 1907 году Пирл опубликовал книгу «*Variation and differentiation in *Ceratophyllum**» (Вариации и дифференциации у

---

<sup>28</sup> см. с. 999 в статье: Goldman I. L. *Raymond Pearl, Smoking and Longevity*. — Pp. 997–1001 // *Genetics*. — Vol. 162, No. 3, November 2002.

роголистника), где он, в частности, устанавливает, что число листьев у роголистника (*Ceratophyllum demersum*) зависит от места их расположения на стебле или на ветви этого водного растения и удовлетворяет уравнению логарифмической кривой вида [54; с. 69]:

$$y = A + C \log (x - a),$$

где  $y$  — среднее число листьев в мутовке (части стебля или ветви растения, на которой кольцеобразно, на одной высоте расположены несколько листьев);  $x$  — позиция расположения мутовки или порядковый номер мутовки, считая от того конца ветви, который прикреплен к другой ветви или к стеблю;  $a$  — фиксированная или начальная точка отсчета (использовалось, например, такое значение:  $a = 0.8015$ );  $A$  и  $C$  — константы.

В книге приводится схема [54; с. 12, Fig. 2], поясняющая, в каком порядке производился счет листьев.

Пирл априори решил, что кривая, которая будет отражать характер распределения листьев по длине ветвей роголистника, будет параболой [54; с. 65]. Проверяться, в частности, возможность использования парабол третьего, пятого и шестого порядка [54; с. 66]. Результат не удовлетворил Пирла и он перешел к использованию логарифмической кривой [54; с. 68]. Убедившись, что экспериментальные данные хорошо аппроксимируются выбранной им логарифмической кривой, Пирл решил, что обнаружил математический закон роста для растения *Ceratophyllum* — зависимость среднего числа листьев в мутовке у роголистника от позиции расположения мутовки на стебле или ветви растения.

В заключение Пирл пишет [54; с. 127]:

«There is a great need for special investigations of growth directed towards determining exactly the laws which the changes follow. From such investigations we may hope to get some idea of the extent to which a logarithmic law is general. In any event, it is clear that such a growth law is not entirely unique in *Ceratophyllum*. On the contrary one has been convinced by going over the older material available in the literature, ... that a logarithmic law is probably very general for growth in both plants and animals,\* and for "individual" as well as "organal" growth.»

(Существует большая потребность в специальных исследованиях роста, направленных на выявление того, каким именно законам следуют изменения. Из таких исследований мы можем надеяться получить некоторое представление о том, в какой степени логарифмический закон является универсальным. В любом случае, очевидно, что такой закон роста не является присущим только роголистнику. Напротив, можно быть уверенным, пройдя по старым материалам в литературе, ... что логарифмический закон, вероятно, очень общий закон роста растений и животных — как роста «индивидуумов», так и «органов».)

В дальнейшем — с 1920 года — Пирл переходит к поискам законов роста не отдельных организмов, а их совокупностей (совокупностей организмов одного вида), то есть популяций [64; с. 3]:

«My study of the population problem began in 1920... This introduction to the matter led almost immediately to a mathematical attack upon its most fundamental aspect, namely an attempt to determine the law according to which the growth of population takes place».

## 1920

Считая себя биологом, а не математиком, Пирл пригласил на работу профессора Лоуэлла Рида (Lowell Jacob Reed; 1886–1966), который защитил в 1915 году диссертацию по математике, и с ним в 1920 году опубликовал статью «*On the Rate of Growth of the Population of the United States since 1790 and its Mathematical Representation*» (О скорости роста населения Соединенных Штатов с 1790 года и ее математическом представлении) [56].

В начале статьи упоминаются известные способы описания динамики роста численности населения с помощью таких математических представлений, как арифметическая и геометрическая прогрессии, параболы высших порядков и логарифмическая кривая вида  $y = a + bx + cx^2 + d \log x$ . В качестве примера параболы, авторы приводят параболу третьего порядка вида  $P = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , использованную профессором

Притчеттом (Henry Smith Pritchett; 1857–1939) для определения и прогнозирования численности населения США в диапазоне с 1790 по 2900 год.

### Парабола Притчетта

Уравнение параболы Притчетта для США выглядит следующим образом [68; с. 286] — нумерация формул здесь и далее та же, что и в оригиналах статей:

$$P = 17.4841 + 5.1019363t + 0.6335606t^2 + 0.0304086t^3 \dots (3)$$

Здесь  $P$  — численность населения США,  $t$  — время в относительных единицах: 1840-й год принят за 0 и подставлять в формулу (3) вместо  $t$  необходимо “-1” за 1830-й, “0” за 1840 год, “1” за 1850-й год и так далее. Графически эта парабола представлена на рис. 2.3 кривой 3. По вертикали на рис. 2.3 отображается численность населения в миллионах человек, по горизонтали — время в годах.

Начало статьи Притчетта можно принять за обоснование выбора той формулы, которую он использует:

«It is often desired to represent by a mathematical equation the law connecting a series of observations for which theory gives no explanation. In such a case ignorance of the physical cause of the phenomena observed does not diminish the accuracy of the computed formula for purposes of prediction, provided the observations are accurate and there are enough of them, and provided the same causes continue to operate».

(Часто желательно представить с помощью математического уравнения закон касающийся серии наблюдений, для которой теория не дает никаких объяснений. В таком случае незнание физической сущности наблюдаемых явлений не умаляет точности расчетной формулы для целей прогнозирования, при условии, что наблюдения точны и их достаточно, и при условии, что те же причины продолжают действовать.)

Притчетт вычислил, что в 2900 году США будет населять 40 852 273 000 человек. Справка для сравнения: по состоянию

на середину 2015 года численность населения всей планеты составляла 7 300 000 000 человек.

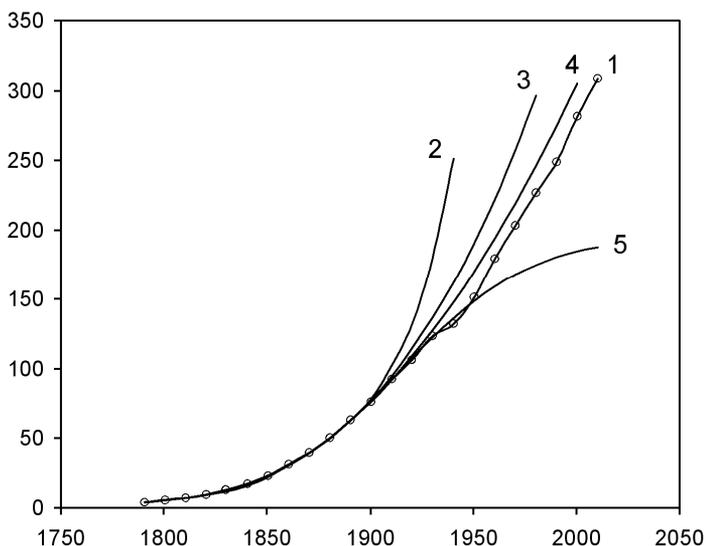


Рис. 2.3. Кривые роста численности населения США — фактическая и расчетные

- 1 — динамика фактической численности США;
- 2 — экспонента Мальтуса (удвоение за 25 лет);
- 3 — парабола Притчетта;
- 4 — логарифмическая кривая Пирла;
- 5 — логистическая кривая Пирла.

### Логарифмическая кривая Пирла

Далее в своей статье Пирл и Рид говорят о том, что логарифмическая кривая вида

$$y = a + bx + cx^2 + d \log x$$

точнее отображает динамику роста населения, чем парабола и в качестве примера приводят свое уравнение [56; с. 277]:

$$y = 9,064,900 - 6,281,430x + 842,377x^2 + 19,829,500 \log x. \quad (\text{iii})$$

Пользоваться формулой (iii) следует так: 1780-й год принят за начало, так что подставлять в формулу вместо  $x$  необходимо “1” за 1790 год, “2” за 1800 и так далее.

Графическое представление этого уравнения — кривая 4 на рис. 2.3.

После краткого обзора кривых авторы говорят о том, что отмеченные ими эмпирические уравнения не отражают общий характер или закон роста населения, так как описывают неограниченный рост его, чего на самом деле не бывает. В действительности на любой ограниченной территории, например, в Соединенных Штатах, наступает время, когда популяция ограничивается имеющимися средствами существования настолько, что скорость ее роста сходит на нет [56; с. 280]:

«Satisfactory as the empirical equation above considered is from a practical point of view, it remains the fact that it is an empirical expression solely, and states no general law of population growth. <...> It is quite clear on *a priori* grounds, as was first pointed out by Malthus in non-mathematical terms, that in any restricted area, such as the United States, a time must eventually come when population will press so closely upon subsistence that its rate of increase per unit of time must be reduced to the vanishing point».

(Рассмотренное выше эмпирическое уравнение, будучи удовлетворительным с практической точки зрения, остается фактически лишь эмпирическим выражением и не выражает общего закона роста населения. <...> *Априори* совершенно ясно, как это впервые было отмечено Мальтусом в нематематических терминах, что в любой ограниченной области, такой как Соединенные Штаты, должно в конце концов наступить время, когда население будет настолько ограничиваться средствами существования, что его скорость роста в единицу времени должна сойти на нет.)

Кривая при этом может начинаться так, как описано формулами неограниченного роста, но в какой-то момент времени скорость роста популяции должна начать уменьшаться и численность популяции асимптотически должна подойти к некоему пределу своего роста.

## Предлагаемый закон роста

Уравнение, которое удовлетворяет отмеченным условиям, по мнению Пирла и Рида может в общем виде выглядеть так [56; с. 281]:

$$y = \frac{be^{ax}}{1 + ce^{ax}}, \quad (\text{ix})$$

где  $x$  — время,  $y$  — численность популяции,  $a$ ,  $b$  и  $c$  — коэффициенты (положительные величины).

Совместив кривую в трех точках<sup>29</sup> с имеющимися данными переписи населения США за 1790, 1850 и 1910 годы, Пирл и Рид получили следующее уравнение кривой [56; с. 283]:

$$y = \frac{2,930.3009}{e^{-.0313395x} + 0.014854}. \quad (\text{xviii})$$

Уравнение (ix) представлено здесь в форме:

$$y = \frac{b}{e^{-ax} + c}. \quad (\text{xvii})$$

Максимальная численность населения США (верхняя асимптота), вычисленная согласно формулы (xviii), получалась равной 197,27 миллиона человек при экстраполяции до 2100 года. Авторы отмечают, что их уравнение не более, чем первое приближение к истинному закону роста населения [56; с. 286]:

«... we are convinced that equation (ix) represents no more than a first approximation to a true law of population growth».

Кривая, построенная согласно уравнения (xviii) из статьи — это кривая 5 на рис. 2.3.

При построении кривой 5 вместо  $x$  в уравнение (xviii) нужно подставлять значения времени в декадах, считая 1780-й год за нулевой, то есть вместо 1790 необходимо подставить 10, вместо 1800 — 20 и так далее.

---

<sup>29</sup> Как это делается можно узнать, например, из книги: Croxton F. E., Cowden D. J., Klein S. *Applied General Statistics*. — 3rd ed. — London: Sir Isaac Pitman and Sons LTD, 1968. — xx + 754p. — (см. сс. 275–278).

На рис. 2.3 кривая 1 с круговыми маркерами отображает динамику фактической численности населения США, а кривая 2 — это экспонента Мальтуса для принятого им случая удвоения численности населения США за 25 лет. Для построения кривой 1 использовались данные статистических ежегодников Соединенных Штатов «*Statistical Abstract of the United States*», в частности за 2012 год [80].

Пирл и Рид опубликовали прогноз численности населения США на 180 лет вперед. Прогноз не подтвердился. Из графика рис. 2.3 видно, что логистическая кривая 5 неудовлетворительно предсказывает рост населения. Процесс в реальных условиях развивался по иному.

В литературе можно встретить указание на то, что о логистической кривой Ферхюльста авторы узнали уже после публикации своей статьи. Так, шотландский биолог, математик, профессор сэра Д'Арси Томпсон (Sir D'Arcy Wentworth Thomson; 1860–1948), например, пишет [78; с. 149]:

«... (about 1924), Raymond Pearl came across Verhulst's papers, ...»

(... (около 1924 года) Раймонду Пирлу попались на глаза работы Ферхюльста, ...)

Однако в своей книге «*The biology of population growth*» (Биология роста популяций) Пирл прямо сообщает [64; с. 4]:

«As we were in process of publishing the first discussion of the matter (61) we found that a Belgian mathematician, P. F. Verhulst, (66, 67, 68) had as early as 1838 used this same curve, which he called the “logistic curve,” as the expression of the law of population growth».

(Когда мы были в процессе публикации первых результатов исследования по данному вопросу (61) мы обнаружили, что бельгийский математик П. Ф. Ферхюльст (66, 67, 68) еще в 1838 году использовал такую же кривую для выражения закона роста населения, которую он назвал «логистическая кривая».)

Ссылки 61, 66, 67, 68 — это ссылки на статью Пирла «*On the rate of Growth ...*» за 1920 год [56] и на три известные статьи Ферхюльста о логистической кривой.

В дальнейшем Пирл стал ссылаться на Ферхюльста и называть свою кривую логистической. Первое упоминание о Ферхюльсте (без ссылок на его статьи) Пирл приводит в своей статье от 1921 года «*The Biology of Death*» [58; с. 206].

### 1930

В 1930 году появляется короткая заметка Пирла и Рида «*The Logistic Curve and the Census Count of 1930*» (Логистическая кривая и итоги переписи 1930 года). В ней авторы сообщали о том, что они не будут корректировать предложенное ранее уравнение (xviii) логистической кривой, поскольку в этом нет надобности, так как совпадение данных хорошее. Авторы обращают внимание на то, что они усовершенствовали форму записи уравнения кривой и теперь уравнение выглядит следующим образом [66; с. 399]:

$$y = \frac{197.27}{1 + 67.32e^{-0.0313x}} \cdot \quad (i)$$

### 1940

По результатам переписи населения за 1940 год уравнение кривой было скорректировано в сторону уменьшения предельной численности населения США до величины 184 миллиона человек, о чем и сообщили Пирл с соавторами в короткой заметке «*The Logistic Curve and the Census Count of 1940*» (Логистическая кривая и итоги переписи 1940 года). Уравнение кривой стало выглядеть следующим образом [67; с. 488]:

$$y = \frac{184.00}{1 + 66.69e^{-0.0322x}} \cdot \quad (2)$$

### 1924 — уже закон

Вплоть до 1924 года Пирл не претендовал на то, что рост по логистической кривой — это закон — закон роста для любой популяции, включая человеческую, закон роста всего живого вообще. Так, свою книгу «*Studies in Human Biology*», опубликованную в 1924 году, Пирл заканчивает такими словами [61; с. 637]:

«... the curve is at least a first approximation to a descriptive law of population growth».

(... кривая, по меньшей мере, есть первое приближение к дескриптивному закону роста населения.)

Однако уже в ноябре 1924 года в статье «*The Biology of Population Growth*» Пирл пишет [62; с. 302]:

«In the matter of population growth there not only “ought to be a law” but five years’ research has plainly shown that there is one».

(Что касается роста населения, то здесь не как бы «должен существовать закон», а это действительно закон, что ясно показали пятилетние исследования.)

Об этом же Пирл пишет также и в своей книге «*The Biology of Population Growth*» [64; с. 22].

Свою мысль о том, что рост по логистической кривой — это универсальный закон роста всего живого вообще, Пирл выражает в упомянутой нами статье такими словами [62; с. 299]:

«... the population of Sweden at least has grown in a manner which, in its quantitative relations at least, is essentially just like the manner in which a population of *Drosophila* or of yeast cells grows».

(... население Швеции росло — по крайней мере в его количественном отношении — по существу так же, как и популяция дрозофилы или клетки дрожжей.)

А, например, в своей книге «*The Biology of Population Growth*» высказывается так [64; с. 208]:

«... human populations grow according to the same law as do the experimental populations of lower organisms, and in turn as do individual plants and animals in body size».

(... человеческие популяции растут согласно тому же закону, что и исследуемые популяции низших организмов, и по тому же закону, по которому увеличиваются размеры растений и животных.)

С этого момента Пирл не отступает от этой своей точки зрения, всячески защищаясь от критики.

## Сравнение с законами Кеплера и Бойля

Пирл был уверен в важности и верности предложенного им закона роста населения и дерзнул сравнить его с законами Кеплера и Бойля [61; с. 585] (сравнение это, естественно, не ускользнуло от внимания критиков):

«We think that the evidence to be presented strongly suggests that it may be regarded as an adequate description of the phenomena of population growth. It seems to us fairly to correspond, in a modest way, to Kepler's Law of the motion of the planets in elliptic orbits, but to lack the heuristic element which Newton added in showing that gravitation would account for elliptic orbits; or to Boyle's Law prior to Clerk Maxwell's kinetic theory».

(Мы считаем, что представленные доказательства убедительно свидетельствуют, что они могут рассматриваться в качестве адекватного описания явлений роста населения. Нам кажется этого достаточно, чтобы в некотором смысле быть тем, что и закон Кеплера о движении планет по эллиптическим орбитам (но без эвристического элемента, который добавляет Ньютон, показывая, что гравитация будет учитываться для эллиптических орбит), или закон Бойля, предшествовавший кинетической теории Клерка Максвелла.)

### Сначала — против, потом — за

Поскольку о Ферхюльсте Пирл до 1920 года не знал, то, как указывает Кингсланд [31; с. 31], реальным предшественником для Пирла был Робертсон (Thorburn Brailsford Robertson; 1884–1930). Это отмечает и сам Пирл в статье от 1920 года [56; с. 287]:

«... Robertson who was the first to discover that, in general, growth follows much the same curve as that of autocatalysis».

(... Робертсон, который был первым, кто обнаружил, что, в целом, рост следует практически той же кривой, что и автокатализ.)

## 1908 — Робертсон

В 1908 году появились две статьи Робертсона на одну и ту же тему: «*On the Normal Rate of Growth of an Individual, and its Biochemical Significance*» (О скорости роста особи и о биохимической сути роста) [72] и «*Further Remarks on the Normal Rate of Growth of an Individual, and its Biochemical Significance*» (Дополнительные замечания о скорости роста особи и о биохимической сути роста) [73].

В первой статье Робертсон пишет [72; с. 583, с. 584]:

«... the increase in weight or volume of an individual with increase of time should display the quantitative relations which are characteristic of an autocatalytic chemical reaction. < ... > The differential equation which is characteristic of the initial stages of an autocatalytic monomolecular reaction is as follows:

$$\frac{dx}{dt} = k_1 x(a - x) \quad (1)$$

which expresses in mathematical symbols the fact that the velocity of the transformation is, at any instant, proportional to the amount of material which is undergoing change and to the amount of material which has already been transformed.

(... увеличение веса или объема особи во времени должно показать количественные соотношения, характерные для автокаталитической химической реакции<sup>30</sup>. ... Дифференциальное уравнение, которое характерно для начальных стадий автокаталитической мономолекулярной реакции, выглядит следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = k_1 x(a - x), \quad (1)$$

---

<sup>30</sup> Автокаталитическая реакция – это реакция, самоускоряющаяся одним из продуктов реакции, являющимся катализатором. Скорость автокаталитической реакции проходит через максимум. Кинетическая кривая для продукта автокаталитической реакции имеет S-образный вид. — *Примеч. наше.*

что в математических символах выражает тот факт, что скорость превращения в любой момент времени пропорциональна количеству материала, который претерпевает изменения и количеству материала, который уже преобразован.)

Как видим, это такое же выражение, которое ранее предложил Ферхюльст — см. выше в данной главе или в статье Ферхюльста [84; сс. 115–116].

Интегрируя уравнение вида (1), Робертсон в итоге получает [72; с. 585]:

$$\log \frac{x}{A-x} = K(t-t_1) \quad (7)$$

где  $A$  и  $K$  — коэффициенты,  $t_1$  — время, когда реакция наполовину осуществилась.

Робертсон приводит данные серий наблюдений за увеличением во времени веса белых крыс, людей, лягушек, тыкв и совмещает эти данные с кривой, представленной уравнением вида (7), вычисляя значения коэффициентов  $A$  и  $K$  для соответствующих серий. В формуле (7) у него при этом  $x$  — это вес тела. В статье приводятся данные по корреляции между ростом различных частей тела, — в частности, между весом тела и весом мозга у людей и у лягушек.

Робертсон говорит, что соответствие между экспериментальными и расчетными данными хорошее [72; с. 612]:

«... the agreement between theory and observation in highly satisfactory throughout and of such a nature as to justify the conclusion that in all probability the hypotheses from which the theoretical relations were deduced are, essentially, correct. <...> In any particular cycle of growth of an organism or of a particular tissue or organ of an organism the maximum increase in volume or in weight in a unit of time occur when the total growth due to the cycle is half completed. <...> The weight or volume of an organ or organism, having once attained its maximum, ... should remain constant, theoretically, for ever».

(... согласие между теорией и наблюдениями весьма удовлетворительно всюду и такого характера, что оправ-

дывает вывод о том, что, по всей вероятности, гипотезы, из которых были выведены теоретические соотношения, верны по сути дела. < ... > В любом конкретном цикле роста организма или конкретной ткани или органа организма максимальное увеличение объема или веса в единицу времени происходит, когда общий рост относительно полного цикла наполовину завершен. < ... > Вес или объем органа или организма, раз достигнув своего максимума, ... должен оставаться постоянным, теоретически, навсегда.)

То есть Робертсон фактически говорит о том, что увеличение во времени веса органа, организма, ткани, плода растения в рассмотренных им случаях происходит по траектории логистической кривой.

У Робертсона название «автокаталитический» (*autocatalytic*), то есть самоускоряющийся, применяется ко всей кривой. Однако, как подмечает Кингсланд [31; с. 31], [32; с. 66], такое название не совсем корректно: термин «автокаталитический» применим только к фазе роста с ускорением, хотя Робертсон использовал его для всей S-образной кривой. Несмотря на это термин стали использовать, так что название «автокаталитическая кривая» стало синонимом «логистическая кривая».

### **1909 — Пирл критикует**

В 1909 году в мае появляется статья Пирла «*Some Recent Studies on Growth*» (О некоторых недавних исследованиях роста) [55]. Статья эта обзорного характера. В ней Пирл упоминает некоторых авторов, которые в своих работах предлагают то или иное математическое выражение, описывающее рост органа или организма. Упоминаются такие имена, как Н. Н. Donaldson, Pearson, Dubois, W. E. Kellicott, E. A. Burnett, T. B. Robertson, H. P. Armsby, Galton. Но в основном статья содержит критику упомянутых нами выше двух статей [72], [73] Робертсона.

В начале статьи Пирл отмечает, что использованное Дональдсом (Н. Н. Donaldson) логарифмическое уравнение вида

$$y = A + C \log(x + \beta)$$

дает отличный результат [55; с. 303]:

«This curve gives a very excellent graduation of the observational data».

(Кривая дает превосходное выравнивание ряда данных наблюдений.)

И тут же Пирл добавляет, что и он использовал такое же логарифмическое уравнение в своей работе [55; с. 303]:

«It is of some interest to note that this curve which describes the growth of the rat's brain in weight is of the same general type which has been found by Pearson and by the present writer to describe growth changes in various organisms<sup>2</sup>».

(Интересно отметить, что эта кривая, которая описывает увеличение веса головного мозга крысы, одного и того же общего вида, что был найден Пирсоном и настоящим автором, чтобы описать изменения роста различных организмов<sup>2</sup>.)

Здесь ссылка “2” — ссылка на работу о растении роголистник (*Ceratophyllum*) [54], о которой мы упоминали выше.

### **Критика статей Робертсона**

Пирл начинает свою критику статей Робертсона с замечания о том, что исходя из общих соображений, кривая на графике, построенная в соответствии с предложенным Робертсоном уравнением — аппроксимирующей функцией, должна проходить как можно ближе к точкам — экспериментальным данным из таблиц. Затем Пирл показывает на нескольких примерах из статей Робертсона, что у Робертсона это не так: точки с одной стороны кривой расположены ближе к кривой, чем точки с другой стороны. Так, например, для данных, приведенных в Таблице I (Table I) в первой статье Робертсона, сумма отклонений точек от кривой с одной стороны кривой равна 19,6, а с другой стороны кривой сумма отклонений точек от кривой равна 706 [55; с. 312].

После этого Пирл заключает [55; с. 313]:

«To summarize this part of the discussion it may be said that the discrepancies between observation and theory are so great in amount, so biased in character and so frequent in the data presented that this data, as they stand, can not reasonably be held to afford evidence of any particular value

in favor of Robertson's ingenious, suggestive and potentially very valuable hypothesis».

(Подводя итог этой части дискуссии можно сказать, что расхождения между наблюдением и теорией настолько велики, так предвзяты по своему характеру и так часты в представленных данных, что данные эти в таком виде не могут быть обоснованно приняты в качестве доказательств какой-либо ценности в пользу остроумной, многообещающей и потенциально весьма ценной гипотезы Робертсона.)

Возможно, критикуя Робертсона, Пирл хотел показать преимущества своей модели.

Как видим, использование Пирлом логарифмической кривой, не имеющей предела роста, и неприятие кривой Робертсона, имеющей такой предел, может свидетельствовать о том, что Пирл еще не готов воспринять тот факт, что уравнение не должно отображать неограниченный рост. К моменту публикации статьи от 1920 года о динамике численности населения США [56] такое понимание у Пирла, как мы видим, уже имелось.

В качестве аргумента против кривой Робертсона Пирл приводил еще и утверждение о том, что недостаточно простого сходства, чтобы закономерности из одного класса явлений переносить на другой [55; с. 315–316]:

«The point which the writer would make is this: If there is good evidence *on other than quantitative grounds* that two sets of phenomena are qualitatively alike it is pertinent and significant to present as additional and confirmatory evidence data tending to show that these sets of phenomena are similar in their quantitative relations. But similarity of quantitative relations between phenomena can not safely be taken as proof < ... > of qualitative identity, because of the observed general lack of uniqueness in the quantitative relations of natural phenomena. In a word the final *proof* of qualitative identity of phenomena must always in last analysis be qualitative in its nature: quantitative evidence in such cases can at best have but an inferential confirmatory bearing on the qualitative point at issue».

(Автор хотел бы отметить: если на *иных, нежели количественных основаниях*, есть хорошие доказательства того, что два набора явлений подобны качественно, тогда уместно и важно представить в качестве дополнительных и подтверждающих свидетельств фактические данные, чтобы показать, что эти наборы явлений сходны и в своих количественных отношениях. Но сходство количественных соотношений между явлениями не может быть с уверенностью принято в качестве доказательства <... > качественной идентичности, из-за наблюдаемой общей неоднозначности количественных соотношений природных явлений. Одним словом, окончательное *доказательство* качественной идентичности явлений должно всегда в конечном счете быть качественным по своей природе: количественные данные в таких случаях лучше иметь, но в качестве подтверждающих качественную сторону обсуждаемого вопроса.)

В 1925 году Пирл с Ридом сами совместили данные из таблиц Робертсона с логистической кривой и, как признают сами авторы, совмещение получилось очень хорошее при использовании несимметричной логистической кривой — когда точка перегиба кривой была смещена вниз от середины кривой. Результаты были опубликованы в статье «*Skew-Growth Curves*» (Асимметричные кривые роста) [63].

На графике рис. 2.4 мы отобразили три кривые: маркеры в виде кружков отображают фактические данные экспериментов и образуют кривую увеличения веса крысы; пунктирная кривая 1 — кривая, рассчитанная Робертсоном (данные экспериментов и рассчитанные значения кривой содержатся в Таблице I в первой статье Робертсона [72]); сплошная кривая 2 — несимметричная логистическая кривая Пирла и Рида. По горизонтали отложены дни с момента рождения крысы, по вертикали — вес тела самца белой крысы в граммах.

После того, как Пирл перешел от критики к использованию уравнения такого типа, что и у Робертсона, то есть перешел от критики уравнения логистической кривой к его использованию, те же самые аргументы против того, чтобы считать его логистическую кривую законом, были предъявлены и самому Пирлу [31; с. 31].

## Открыватели логистической кривой

С появлением интереса к вопросам динамики популяций появляются и работы такого плана. В некоторых из них предлагаются модели динамики типа логистической кривой.

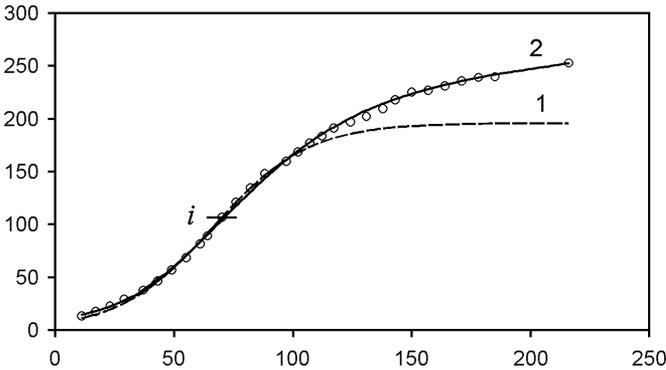


Рис. 2.4. Увеличение веса тела самца белой крысы с возрастом

Круговые маркеры — данные экспериментов. Пунктирная кривая 1 — рассчитанная Робертсоном кривая. Сплошная кривая 2 — рассчитанная Пирлом и Ридом кривая;  $i$  — положение точки перегиба кривой 2.

После Ферхюльста и до Пирла логистическая кривая перекрывалась по меньшей мере пять раз, как об этом пишет Питер Ллойд (Peter John Lloyd) в своей статье «*American, German and British Antecedents to Pearl and Reed's Logistic Curve*» (Американские, британские и немецкие предшественники логистической кривой Пирла и Рида) [37; с. 103]:

«Thus the logistic curve had been discovered independently at least five times before the appearance of Pearl and Reed's own statement».

(Таким образом, логистическая кривая открывалась независимо по крайней мере пять раз до появления сообщения Пирла и Рида.)

И даже после многочисленных публикаций Пирла кривую продолжали открывать [37; с. 103]:

«... after the widely publicized work of Pearl and Reed, the logistic curve was rediscovered yet again; this time by the Italian mathematician-biologist Vito Volterra<sup>31</sup> in 1931».

(... после многочисленных публикаций работ Пирла и Рида, логистическая кривая была открыта в 1931 году снова — на этот раз итальянским математиком-биологом Вито Вольтерра.)

### **Несимметричная кривая**

В своей статье «*A Further Note on the Mathematical Theory of Population Growth*» (Дополнительное замечание по математической теории роста населения) за 1922 год Пирл и Рид сообщают [59; с. 365]:

«Since the first paper was published, we have extended and generalized our ideas on population growth with the results herein presented in skeleton outline».

(После того, как первая статья была опубликована, мы расширили и обобщили наши идеи о росте численности населения результатами, представленными здесь в общем виде.)

Обобщенное уравнение логистической кривой, которое предлагают авторы, в общем виде выглядит так:

$$y = \frac{k}{1 + me^{a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n}}. \quad (v)$$

Если все константы с  $a_2$  по  $a_n$  равны нулю, уравнение дает обычную симметричную логистическую кривую.

Далее авторы говорят [59; с. 367]:

«Since we are seldom justified in using over five arbitrary constants in any practical problem, we may limit equation (v) still further by stopping at the third power of  $x$ ».

(Так как использование более пяти произвольных постоянных в любой практической задаче редко оправдано,

---

<sup>31</sup> см. с. 78 В: Volterra, Vito. *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*. — Paris: Gauthier-Villars, 1931. — vi + 214 p. — *Примеч. наше*.

мы можем ограничить уравнение (v) еще больше, остановившись на третьей степени  $x$ .)

Обобщенное уравнение в таком случае будет выглядеть так:

$$y = \frac{k}{1 + me^{a_1x + a_2x^2 + a_3x^3}}, \quad (\text{vii})$$

где  $k$  — верхний предел роста;  $m, a_1, a_2, a_3$  — коэффициенты.

Уравнение (vii) имеет то свойство, что с его помощью может быть построена асимметричная или скошенная кривая (*asymmetrical or skew curve* [59; с. 368]) — когда точка перегиба не находится на середине траектории кривой.

Если траектория роста состоит из нескольких циклов — из нескольких логистических кривых, соединяющихся последовательно одна с другой, то уравнение (vii) может быть записано в виде:

$$y = d + \frac{k}{1 + me^{a_1x + a_2x^2 + a_3x^3}}. \quad (\text{ix})$$

Здесь  $d$  — нижняя асимптота рассматриваемого цикла роста и  $d + k$  — его верхняя асимптота.

Именно уравнение вида (ix) использовали Пирл и Рид, когда строили свою кривую — приведенную нами кривую 2 на рис. 2.4 — по формуле [63; с. 18 (*Male Rats*)]:

$$y = 7 + \frac{273}{1 + e^{4.3204 - 7.2196x + 30.0878x^2 - 0.5291x^3}},$$

где  $y$  — вес крысы в граммах;  $x$  — возраст в сотнях дней, то есть подставляя вместо  $x$  в формулу следует, например, не 102 для 102-го дня из Таблицы I [63; с. 17, Table I], а 1,02.

В приведенной формуле содержится ошибка: должно быть  $3.0878x^2$ , а не  $30.0878x^2$ .

Как видим, уравнение вида (ix) не очень простое, а кривая не такая изящная, как кривая на рис. 1.1.

Для чего понадобилось усложнять простой логистический закон роста, описанный нами в первой главе, и разрабатывать обобщенную версию его? Авторы поясняют это в своей статье от 1920 года [56; сс. 286–287]:

«There are several characteristics of this curve which are too rigid and inelastic to meet the requirements of such a law. In (ix) the point of inflection must of necessity lie exactly half-way between the two asymptotes. Furthermore the half of the curve lying to the right of the point of inflection is an exact reversal of the half lying to the left of that point. This implies that the forces which during the latter part of the population history of an area act to inhibit the rate of population growth are equal in magnitude, and exactly similarly distributed in time, to the forces which in the first half of the history operate to accelerate growth. We do not believe that such rigid and inelastic postulates as these are, in fact, realized in population growth».

(У кривой есть несколько характеристик, которые являются слишком жесткими и неэластичными, чтобы соответствовать требованиям такого закона. В (ix) точка перегиба должна обязательно лежать ровно на полпути между двумя асимптотами. Кроме того, половина кривой, лежащая справа от точки перегиба является точным обратным отражением половины, лежащей слева от этой точки. Это означает, что силы, действующие во второй части процесса роста популяции и замедляющие темпы роста популяции, равны по величине и точно так же распределены во времени, как и силы, которые действуют на ускорение роста в первой половине процесса роста. Мы не считаем, что такие жесткие и неэластичные постулаты, как эти, на самом деле реализуются при росте популяции.)

С помощью обобщенного уравнения авторы надеялись охватить все возможные случаи роста популяций. Но при этом возникает такая проблема: если обобщенное уравнение способно описать почти любой набор данных, то есть, если с помощью уравнения может быть отображена практически любая траектория роста, то уравнение «логистическим» становится только по названию [31; с. 33] и смысл идентификации закона, как «логистический закон роста» пропадает или сводится разве что к «S-образному закону роста». Универсальность обобщенного уравнения также ставили Пирлу в вину: если это

уравнение способно описать почти любую кривую, то где же и в чем здесь закон.

Необходимо заметить, что существуют изначально асимметричные кривые, например, кривая Гомперца.

## ГОМПЕРЦ

Английский математик-самоучка и актуарий<sup>32</sup> Бенджамин Гомперц, эсквайр, член Королевского общества, член Королевского астрономического общества (Benjamin Gompertz, Esquire, Fellow of the Royal Society (F.R.S.), Fellow of the Royal Astronomical Society (F.R.A.S.); 1779–1865) известен среди актуариев и демографов своим законом смертности.

В 1825 году Гомперц опубликовал статью «*On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of Life Contingencies*» (О природе функции, выражающей закон человеческой смертности, и о новом способе определения стоимости страхования жизни) [22], в которой предложил эмпирический закон, в аналитическом виде отражающий зависимость между возрастом человека и числом людей, доживших до данного возраста. Согласно этому закону численность людей во все более старших возрастных категориях прогрессивно уменьшается, а смертность увеличивается, асимптотически приближаясь к своему пределу.

Уравнение для определения численности людей, доживших до определенного возраста, Гомперц записал следующим образом [22; с. 520]:

$$L_x = d \cdot \overline{g}^x .$$

Кривая, построенная по приведенной формуле, на графике выглядит как несимметричная S-образная кривая, которая с некоего верхнего уровня опускается до нижнего. Нижнего,

---

<sup>32</sup> Актуарий — специалист по оценке вероятности рисков и их последствий в страховом и инвестиционном бизнесе. Имеет соответствующую подготовку в области математики (теория вероятностей, статистика), экономики, финансов.

или нулевого уровня, кривая достигает в том году, в котором умирает наиболее долго живущий.

Обозначения в уравнении:

$x$  — возраст живущих (число прожитых человеком лет),  
 $L_x$  — среднее за год число живых в возрасте  $x$ .

Что касается пояснений относительно членов  $d$ ,  $g$  и  $q$  в уравнении, то здесь особый разговор. Дело в том, что манера изложения материала статьи и принятая Гомперцом система математических обозначений является непривычной для нас сегодняшних. И чтобы разобраться в написанном Гомперцом, нужно быть не только математиком, но и математиком, имеющим желание разобраться в написанном.

Поскольку нас интересует использование уравнения Гомперца не по прямому его назначению — как закона смертности, а в качестве модели роста — когда кривая на графике начинает расти с нижнего уровня до некоего верхнего (а не наоборот, как у Гомперца), воспользуемся готовыми результатами тех авторов, что писали на данную тему. Например, статья Чарльза Винзора (Charles P. Winsor) «*The Gompertz Curve as a Growth Curve*» (Кривая Гомперца как кривая роста) [90] как раз и посвящена рассмотрению возможности использования кривой Гомперца в качестве модели роста. В статье, в частности, сравниваются логистическая кривая и кривая Гомперца.

Уравнение Гомперца при использовании его в качестве модели роста в статье Винзора представлено в следующем виде [90; с. 1]:

$$y = ke^{-e^{a-bx}}, \quad (2)$$

где  $x$  и  $y$  — значения по горизонтальной и вертикальной осям координат;  
 $a$  — коэффициент; смещает кривую по горизонтали;  
 $k$  и  $b$  — существенно положительные величины;  
 $e$  — основание натуральных логарифмов  
( $e = 2,718 \dots$ )

Для построения кривой примем для простоты равными единице коэффициенты  $k$  и  $b$  в уравнении Гомперца, а коэффициент  $a$  примем равным нулю. Получаем уравнение вида [90; с. 2]:

$$y = e^{-e^{-x}}.$$

Графическое отображение зависимости  $y$  от  $x$ , согласно приведенной формулы, — это кривая 2 на рис. 2.5, а кривая 1 — это логистическая кривая. На рис. 2.5 показаны точки  $i$  перегиба (inflection points) кривых и их координаты. Видно, что кривая Гомперца несимметрична — ее точка перегиба  $i$  с координатами  $x=0$  и  $y=k/e=1/2,718 \approx 0,37$  расположена ниже среднего уровня 0,5 графика.

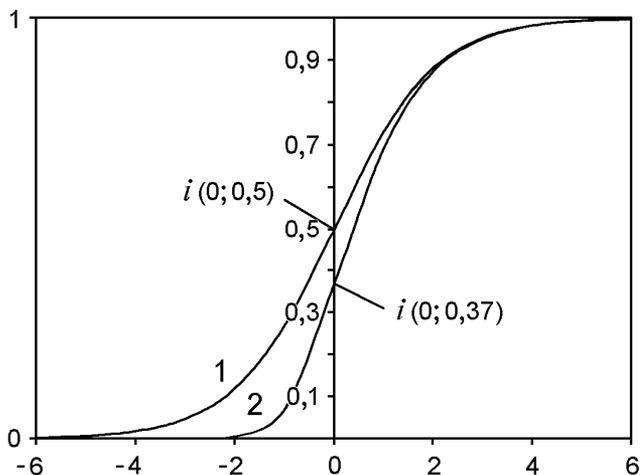


Рис. 2.5. Логистическая кривая (1) и кривая Гомперца (2)

Некоторые авторы предпочитают кривую Гомперца логистической кривой. Кривая Гомперца может, например, использоваться в тех случаях, когда она точнее, чем логистическая, отображает процесс роста некоего феномена, явления.

## Глава III

### PRO et CONTRA

Использование логистической кривой для моделирования различных процессов имеет уже длительную историю, и прогнозы с применением кривой выполнялись достаточно часто.

Но отношение к кривой, к методам использования кривой и полученным с ее помощью результатам всегда было неоднозначным. Много информации, отображающей широкий спектр мнений относительно логистической кривой, можно обнаружить как в литературе, так и в Интернете. Приведем несколько примеров.

#### PRO (3А)

Сторонников использования логистической кривой условно можно разделить на тех, кто использует ее в качестве подходящей модели роста исследуемого объекта, и на тех, кто видит в ней закон — универсальный закон роста всего живого.

Мнение сторонников универсальности кривой базируется на том, что многочисленные экспериментальные исследования, проведенные в течение XX столетия, показали, что модели, основанные на S-образных кривых, достаточно хорошо описывают динамику самых разнообразных природных, экономических, технических и социальных процессов.

Как отмечает Питер Ллойд [37; с. 104]:

«The wide applicability of the logistic curve to the cases of growth over time of total populations of simple micro-organ-

isms like paramecia (Robertson) and cultures of yeast and other bacteria (as demonstrated by the experiments and fitted curves of McKendrick and Pai, H. G. Thornton *et al.*), to the fruit fly or drosophila (Pearl), to the growth of human populations (as exemplified by Pearl and Reed), and to the case of growth of the mass of individual plants, such as the sunflower (Reed and Holland), animals such as the white mouse (Robertson), the dairy cow (Brody and Ragsdale) and to man himself (Verhulst and Robertson) is truly astounding. Not surprisingly this led some of the early observers to assert that there was some omnipresent law of nature».

(Широкая применимость логистической кривой для случаев роста популяций во времени — от простых микроорганизмов, таких как парамеции (Робертсон), культуры дрожжей и другие бактерии (как это подтверждено экспериментами МакКендрика и Пайа, Г. Дж. Торнтон и др. и совпадением данных с кривыми), до плодовой мушки или дрозофилы (Пирл), роста человеческих популяций (примеры Пирла и Рида), случаев роста массы отдельных растений, таких как подсолнечник (Рид и Холланд), животных, таких как белая мышь (Робертсон), дойная корова (Броди и Рэгсдэйл) и собственно человек (Ферхюлст и Робертсон) — действительно поразительна. Не удивительно, что некоторые из ранних экспериментаторов стали утверждать, что существует некий всеобщий закон природы.)

Один из ведущих американских послевоенных интеллектуалов, социолог и публицист, создатель теории постиндустриального общества, профессор Даниел Белл (Daniel Bell; 1919–2011), комментируя результаты прогнозов численности населения Соединенных Штатов, выполненных Пирлом с использованием логистической кривой, пишет в своей книге *«Грядущее постиндустриальное общество»* [96; с. 246–247]:

«Ключевой проблемой анализа, основанного на использовании S-образной кривой, является то, что он применим только либо к «закрытой системе», либо базирующейся на фиксированных ресурсах, подчиняющихся физическим законам, либо предполагающей некие

безусловные допущения. < ... > Поскольку человеческое сообщество не является «закрытой системой», при использовании логистических кривых для прогнозирования его развития всегда существует риск ошибки. Однако применение такой модели в качестве «базовой линии» или гипотезы, на основе которой проверяется социальная действительность, имеет определенную ценность. < ... > одно преимущество этого метода в любом случае остается: использование математического языка часто позволяет обнаружить идентичные основы самых разных явлений. Вряд ли кто-нибудь считает, что вступление людей в брак и обзаведение детьми суть явления того же рода, что и замена основного оборудования на предприятии, но тем не менее английский экономист из Кембриджа Р. Стоун нашел точную математическую аналогию между ними. Он обнаружил такое же поразительное сходство между эпидемиями и спросом на образование».

## **Опыты Пирла**

Если Кетле и Ферхюльст строили свои умозрительные конструкции и пытались представлять их в виде формул, раздумывая над тем, по какому закону может изменяться численность населения, то Раймонд Пирл взял да и провел опыт, чтобы посмотреть, как эта самая численность изменяется в процессе роста популяции.

### **Программа исследований**

После того, как в 1920 году была опубликована статья о логистической кривой и о численности населения США [56], Пирл осуществил в своей лаборатории широкомасштабную программу исследований популяции плодовых мух дрозофилы (*Drosophila melanogaster*).

Дрозофилу Пирл ранее не использовал в своих опытах и выбрал ее после пожара, уничтожившего 27 ноября 1919 года подопытных животных, большую библиотеку репринтов и все его неопубликованные записи о результатах работ за последние двадцать лет — в том числе и результаты последней почти законченной работы о взаимосвязи между туберкулезом и

экологическими факторами [27; с. 303], [32; с. 60]. Об этом в своей статье от 1921 года Пирл пишет так [57; с. 482]:

«Originally it was planned to use mice as the material for experimentation on the duration of life, and a large and flourishing colony was bred up in accordance with the most critical genetic standards for experimental material. Just as the colony was ready to start definitive experimentation with, an accident completely destroyed it.

It was then decided, after advising with a number of persons, notably Professor T. H. Morgan and Dr. Jacques Loeb, to take up *Drosophila* as material for the extensive program of experimental work which we had planned».

(Первоначально планировалось использовать мышей в качестве материала для экспериментов по продолжительности жизни, и была выведена большая процветающая колония, соответствующая наиболее критически важным генетическим стандартам для экспериментального материала. Когда колония была готова к началу проведения экспериментов, она была полностью уничтожена в результате несчастного случая.

И тогда было принято решение, после консультаций с рядом лиц, в частности с профессором Т. Х. Морганом и д-ром Жаком Лебом, использовать дрозофилу в качестве материала для обширной программы экспериментальной работы, которую мы планировали.)

Цель программы: исследовать, как продолжительность жизни и характер размножения дрозофилы зависят от различных факторов [60; с. 21] — таких, как плотность популяции, количество и качество пищи, температура, наследственность. Пирл надеялся, что результаты опытов будут ему полезны при выяснении факторов, определяющих продолжительность жизни человека.

Результаты опытов над популяциями мух были изложены как в серии статей, опубликованных с 1921 по 1930 годы под общим названием для серии: «*Experimental Studies on the Duration of Life*» (Экспериментальные исследования продолжительности жизни) и нумерацией с I по XIII, так и в виде отдельных статей, опубликованных во многих научных и

популярных журналах — либо в одиночку, либо с Лоуэллом Ридом. Часть результатов экспериментов вошла в книги: «*The Biology of Death*» (Биология смерти) [60], «*Studies in Human Biology*» (Исследования по биологии человека) [61], «*The Biology of Population Growth*» (Биология роста популяций) [64], «*The Rate of Living*» (Интенсивность жизни) [65].

### Опыты с дрозофилой

Пирл подробно описывает условия опытов, технику эксперимента и говорит о преимуществах использования мухи дрозофилы в качестве подопытного агента: простота и удобство при работе с мухой, простота культивирования, короткий жизненный цикл — один день жизни мухи примерно соответствует одному году жизни человека [60; Chapter VII], [64; Chapter II].

Эксперимент начинается с того, что в обычную бутылку из-под молока, объемом в полпинты или пинту,<sup>33</sup> помещается пара мух или больше — в зависимости от целей эксперимента — и закупоривается ватным тампоном. В нижней части бутылки находится желеобразная смесь отваренного банана и агар-агара. На эту смесь посеяно незначительное количество сухих дрожжей (одноклеточных грибов). Грибы на смеси размножаются и служат пищей для мух. Бутылки содержатся в термостатах при комфортной для мух температуре.

Общие сведения о дрозофиле и об условиях эксперимента приведены, например, в статье Пирла и Сильвии Паркер «*Experimental Studies on the Duration of Life. I. Introductory Discussion of the Duration of Life in Drosophila*» (Экспериментальные исследования продолжительности жизни. I. Предварительное обсуждение продолжительности жизни дрозофилы) [57].

Комфортность, постоянное наличие пищи, отсутствие врагов, болезней и прочих негативных явлений означает, что условия жизни мух были достаточно близки к идеальным.

Опыты, проведенные с целью определить по какой траектории увеличивается численность популяции мух в ограниченном пространстве и при ограниченных пищевых ресурсах, показали, что в лабораторных условиях колония мух *Drosophila*

---

<sup>33</sup> 1 американская жидкая пинта  $\approx 0,473$  литра.

*melanogaster* демонстрирует рост по траектории логистической кривой [64; с. 41]:

«Taking all the evidence together, which might be multiplied from the laboratory records, it may fairly be taken to be demonstrated, I think, that the fly *Drosophila* in its population growth under controlled experimental conditions follows the logistic curve».

(Собрав воедино все свидетельства, которые могут быть подтверждены лабораторными записями, я полагаю есть все основания продемонстрировать, что рост популяции мухи дрозофилы при контролируемых условиях эксперимента следует логистической кривой.)

Аналогичные опыты были повторены многими, объектами была не только дрозофила.

### Примеры роста

Существует множество экспериментальных данных, показывающих, что для многих биологических видов реализуются траектории изменения их численности, соответствующие модели Ферхюльста-Пирла.

Сам Пирл в своих работах иногда приводит примеры роста популяций по логистическому закону. Например, в книге «*The Biology of Population Growth*» он говорит, что вид одноклеточных дрожжей *Saccharomyces* следует логистической кривой в своем росте с замечательной точностью [64; с. 26].

Объемы масс двух видов дрожжей — *Saccharomyces cerevisiae* и *Schizosaccharomyces kephir*, как показывает биолог, академик, профессор Георгий Францевич Гаузе, (Georgii Frantsevich Gause; 1910–1986), — увеличиваются по логистической кривой [21; Fig. 9; Fig. 14; Fig. 15]. Так же увеличиваются объемы масс инфузорий *Paramecium caudatum*, *Paramecium aurelia* и *Stylonychia mytilus* [21; Fig. 18; Fig. 21, Fig. 23; Fig. 24; Fig. 25; Fig. 29].

Американский математик, физикохимик, статистик, демограф, доктор наук Альфред Джеймс Лотка (Alfred James Lotka; 1880–1949) в своей книге «*Elements of Physical Biology*» (Элементы физической биологии) [39] приводит несколько следующих примеров роста по логистической кривой: Fig. 4.

*Population Growth for the United States* (Рост населения Соединенных Штатов), Fig. 5. *Growth of a population of Drosophila* (Рост популяции дрозофилы), Fig. 6. *Growth of a bacterial colony B. dendroides* (Рост колонии бактерий *B. dendroides*), Fig. 7. *Growth of male white rat* (Рост самцов белой крысы), Fig. 8. *Growth of Sunflower Seedlings* (Рост подсолнечника), Fig. 71 *Growth of American Railways* (Рост сети американских железных дорог).

В книге Д'Арси Томпсона среди приведенных кривых роста живых организмов есть и логистическая кривая роста [78].

Профессор Арнульф Грюблер (Arnulf Grübler; 1955–) в своей книге «*The Rise and Fall of Infrastructures*» (Рост и падение инфраструктур) [24] приводит примеры роста по логистической кривой или по кривой Гомперца некоторых видов технологических инноваций (их внедрение и распространение), протяженности водных каналов, сетей железных дорог, шоссе, трубопроводов в Америке и Англии etc.

В главе 4 книги «*Technological Forecasting for Decision making*» (Технологическое прогнозирование для принятия решений) [47] доктора философии, старшего научного сотрудника Жозефа Мартино (Joseph Paul Martino, PhD, Senior Research Scientist; 1931–) приведены примеры прогнозирования с помощью кривых Пирла или Гомперца роста эффективности технологий и развития сетей кабельного телевидения в США, производительности суперкомпьютеров, увеличения эффективности источников света, увеличения скоростей реактивной и винтовой авиации, роста числа телефонов в США, роста эффективности коммерческих электростанций, роста тоннажа судов торгового флота etc.

Фредерик Смит (Frederick Edward Smith; Ph.D. from Yale in 1950; 1920–2012) на заре зарождения теоретической математической экологии в 1950-х годах писал в своей статье «*Experimental Methods in Population Dynamics*» [77; с. 449]:

«The degree of acceptance of such concepts as, for examples, the Verhulst-Pearl logistic and the Lotka-Volterra equations, is astonishing».

(Степень восприятия таких концепций, как, например, логистическая Ферхюльста-Пирла или уравнений Лотки-Вольтерры, поразительна.)

Математические модели типа «хищник-жертва» Лотки-Вольтерры, описывающие отношения между хищниками и их жертвами, выходят за рамки тематики данной книги.

## CONTRA (ПРОТИВ)

Сколько существует логистическая кривая, столько ее и критикуют. Как, например, отмечает в своем труде «*The Background of Ecology: Concept and Theory*» (Предыстория экологии: концепция и теория) эколог и историк экологии, профессор Роберт Макинтош (Robert Patrick McIntosh; 1920–2017) [49; с.176]:

«Criticism of mathematical population theory began early and continues to the present».

(Критика математической теории народонаселения началась с ее появлением и продолжается до настоящего времени.)

Критикуют не потому, что она используется для моделирования: каждый волен использовать для моделирования — для выражения своих представлений о явлении — тот образ, который по его мнению в данном конкретном случае подходит лучше других. Критикуют за претензию — за претензию на то, чтобы быть тем, чем кривая на самом деле не является. Критикуют за претензию на универсальность, за расширение границ применимости, за упрощение допущений в уравнениях, за претензию называться законом, который выражает некоторые фундаментальные закономерности окружающего нас мира.

Не согласились с тем, что рост по логистической кривой является законом, в первую очередь экономисты и статистики [31; с. 35]. А это как раз та категория работников, результаты прогнозов которых могут быть положены различными учреждениями, организациями, правительствами в основу планирования своей дальнейшей деятельности. Поэтому использование для прогнозов уравнения кривой, в котором явным образом не содержатся параметры реального моделируемого процесса, не могло не вызвать недоверия у отмеченной категории работников (специалистов).

Основных причин недоверия, как отмечает Кингсланд, было две [32; с. 85]:

«First, because the fundamental principles underlying the curve were unknown, the exact form of the equation had to be determined anew for each example. Second, it was not possible to extrapolate much beyond the observed events, because unknown factors might come into play outside the observed range and cause departures from the "law."»

(Во-первых, так как основные принципы, лежащие в основе кривой были неизвестны, точная форма уравнения должна была определяться заново для каждого конкретного случая. Во-вторых, отсутствовала возможность экстраполяции далеко за пределы наблюдаемых событий, потому что за пределами наблюдаемого диапазона могли вступать в игру неизвестные факторы и вызывать отклонения от «закона».)

Если кривая не имеет долгосрочной прогностической ценности, то любые другие кривые, обычно используемые для краткосрочных прогнозов, будут в равной степени пригодны. Логистическая кривая в таком случае не более обоснована, чем любая другая сигмовидная или иная кривая [31; с. 36].

Профессор Джеймс Маллет (James Mallet; 1955–) в своей статье «*The struggle for existence*» отмечает [40; с. 630]:

«The logistic equation is unrealistic. It ignores separate sexes and life history, and makes the simplest possible assumption about density dependence — a linear decline of per capita growth rate via an instantaneous response to current density. The 'production curves' of natural populations, graphs of the rate of population growth with density, are known to be often skewed, rather than yielding the expected logistic parabola (Schoener, 1973; Roughgarden, 1997). It is clear that logistic growth can rarely be observed, except approximately in some unicellular organisms (Gause, 1934; Leslie, 1957; Vandermeer, 1969). The logistic equation is in continuous time, and all its processes are supposed to occur instantaneously, and so it does not adequately model populations with discrete generations, populations with time delays in the response to density, or those with complex life histories. These

introduce lags, produce chaotic fluctuations, and other complications (Charlesworth, 1971; Metz *et al.*, 1992)».

(Логистическое уравнение нереалистично. Оно игнорирует половое различие и жизненный цикл и реализует самое простое предположение о зависимости от плотности — линейное снижение темпов роста на душу населения путем мгновенной реакции на текущую плотность. «Кривые продуктивности» природных популяций, графики скорости роста населения — если речь идет о плотности, — как известно, часто искажаются и не дают ожидаемой логистической параболы (Шонер, 1973; Рафгарден, 1997). Совершенно очевидно, что логистический рост крайне редко можно наблюдать — за исключением некоторых одноклеточных организмов (Гаузе, 1934; Лесли, 1957; Вандермеер, 1969). Логистическое уравнение осуществляется в непрерывном времени и предполагается, что все процессы согласно ему происходят мгновенно, и поэтому оно неадекватно моделирует популяции с дискретными поколениями, популяции с временными задержками, как реакциями на плотность, или со сложными жизненными циклами. Введение таких временных задержек приводит к хаотическим колебаниям, и другим осложнениям (Чарльзуорт, 1971; Метц и др., 1992).)

Кингсланд приводит еще такие примеры критики [32; с. 93]:

«James Gray, zoologist at Cambridge, demonstrated how easily the same set of observations could fit two different sigmoid curves, leaving no way of choosing between them on the basis of fit. Lancelot Hogben pointed out that the logistic curve, by its lack of uniqueness, lost all claim to being a universal biological law of population. Sewall Wright seized on the same issue: any flexible mathematical formula resulting in a sigmoid shape could be made to fit the data».

(Джеймс Грей, зоолог из Кембриджа, показал, как легко могут быть совмещены две различные сигмовидные кривые с одним и тем же набором данных наблюдений, не оставляя никакой возможности выбора между ними на

основе такой подгонки. Ланселот Хогбен отметил, что логистическая кривая, ввиду отсутствия у нее уникальности, потеряла все претензии на то, чтобы быть универсальным биологическим законом (роста) популяции. Сьюэлл Райт по тому же вопросу: любая гибкая математическая формула, отображаемая как сигмовидная, может быть использована для совмещения с данными.)

Фредерик Смит отмечает [77; с. 447]:

«Kavanagh and Richards (1934), among others, demonstrated that a variety of theoretical curves could be fitted to the same data on sigmoid growth, and with equal felicity».

(Каванагх и Ричардс (1934), среди прочего, показали, что с одними и теми же данными сигмовидного роста могут быть совмещены с равным успехом различные теоретические кривые.)

В общем, критики в адрес логистической кривой звучало достаточно, но особенно резко она прозвучала из уст Эдвина Бидуэлла Уилсона и Бориса Цезаревича Урланиса.

### Эдвин Бидуэлл Уилсон

Профессор Эдвин Бидуэлл Уилсон (Edwin Bidwell Wilson; 1879–1964) был американским математиком, физиком-теоретиком, статистиком и экономистом. Пирл был лично знаком с Уилсоном и был о нем высокого мнения [32; с. 87].

После появления публикаций Пирла о логистической кривой Уилсон предпринял ряд нападок — в форме публикаций ряда статей и устных выступлений, которые вскоре стали напоминать крестовый поход с целью подорвать доверие к Пирлу в научном сообществе [31; с. 38].

В феврале 1924 года Уилсон выступил с докладом на тему статистических выводов на «территории Пирла» — в колледже гигиены и общественного здоровья при университете Джонса Хопкинса. Доклад был опубликован в 1926 году под названием «*Statistical Inference*» (Статистический вывод). В адрес Пирла и его сторонников были, в частности, сказаны такие слова [89; сс. 290–291]:

«What we actually do is to use the formula and trust to its being right for our case; but the responsibility is ours. It is we who assert that for our case the formula should give the right result. Unfortunately there are many persons who do not seem to realize their responsibility in this matter. They seem for some reason to believe that a mathematical formula is eternally true. Their attitude is Shamanistic. They go through with magic propitiatory rites, idolatrous of mathematics, ignorant of what it can and can not do for them. And I am not quite sure that the high priests of this pure and undefiled science do not somewhat aid and abet the idolatry».

(То, что мы на самом деле делаем, так это используем формулу и верим, что она подходит для нашего случая; но ответственность за это — наша. Именно мы утверждаем, что для нашего случая формула должна дать правильный результат. К сожалению, есть много людей, которые, кажется, не осознают своей ответственности в этом вопросе. По какой-то причине они считают, что математическая формула вовеки истинна. Их подход — шаманство. Они ходят с магическими утешительными обрядами, делая из математики идола, не зная, что она может и чего не может сделать для них. И я не совсем уверен, что первосвященники этой чистой и непорочной науки не способствуют в определенной степени этому и не подстрекают к идолопоклонству.)

Под первосвященниками подразумевались Карл Пирсон (Carl Pearson) и Джордж Удни Юл (George Udny Yule), единомышленники Пирла [32; с. 88].

Попутно Уилсон преуспел также в блокировании перевода Пирла в Гарвард и Пирл остался в Университете Джона Хопкинса до своей смерти в 1940 году [31; с. 39–40], [32; с. 91].

Подробнее об истории нападок на Пирла можно узнать из статьи [31; сс. 38–40] или из книги [32; сс. 87–94] Кингсланд.

## **Борис Цезаревич Урланис**

Борис Цезаревич Урланис (1906–1981) — советский демограф, доктор экономических наук, профессор, автор работ по экономической демографии, общей теории статистики, общим

проблемам народонаселения, динамики и структуры населения СССР.

В своей книге *«Проблемы динамики населения СССР»* Урланис следующим образом критиковал Пирля и его закон логистического роста [143; с. 60–72]:

«Согласно теории Пирля-Рида численность населения всех стран земного шара растет по законам так называемой логистической кривой. < ... > Для доказательства своей точки зрения Пирль провел биологический эксперимент. В качестве объекта опытов Пирль взял плодовую мушку *drosophila melanogaster*. < ... > На основании полученных средних данных Пирль исчислил теоретическую кривую роста мух в соответствии с уравнением логистической кривой (рис. 2).

Логистическая кривая неплохо согласуется с результатами подсчетов мух. < ... > Опыты Пирля вызвали много подражаний. Английский ученый А. Крю сделал аналогичные эксперименты с мышами ... < ... > Другой английский ученый Д. Маклоган провел аналогичные опыты с долгоносиками. < ... >

Придав логистической кривой «биологическое» обоснование, Пирль в сотрудничестве с математиком Л. Ридом стал применять ее для выравнивания эмпирических рядов численности населения. Получив сравнительно небольшое расхождение между эмпирическими и теоретическими значениями членов ряда, Пирль и Рид пришли к выводу, что будущее открылось перед ними. Экстраполируя теоретическое значение членов ряда, Пирль и Рид опубликовали свой прогноз численности США на 180 лет вперед!

Логистическая кривая Пирля-Рида имела очень большой успех и приобрела многих иностранных почитателей, < ... > Многим казалось, что логистическая кривая Пирля-Рида — подлинное открытие в демографии. Сам Пирль имел нескромность сравнить свою теорию с теорией Кеплера, установившей орбиты движения планет. < ... > Но интересно было знать, какова будет числен-

ность населения США в 1930 г., т.е. через 10 лет после прогноза. Оказалось, что фактические цифры почти вплотную подошли к цифрам Пирля-Рида: расхождение составило всего 378 тыс., что равняется 0,25% от численности населения. Эти результаты привели в восторг авторов прогноза. < ... > Следующее десятилетие показало уже совсем другую картину. < ... > Если итоги ценза 1950 г. выявили существенное отклонение кривой от действительности, то итоги ценза 1960 г. не оставляли от нее «камня на камне».

< ... > В свое время Пирль и Рид были настолько увлечены своей логистической кривой, что применили ее к динамике численности населения многих стран мира. Истекшие с тех пор годы наглядно показали полную непригодность логистической кривой для характеристики динамики населения не только для США, но и для других стран. <...> предельная численность населения Земного шара должна составить 2 026 млн. человек. Как же зло посмеялась действительность над их прогнозами, если уже теперь численность населения Земного шара превысила 3,8 млрд. человек!

< ... > Полное крушение прогнозов на основе логистической кривой означает в то же самое время банкротство теорий об общем законе размножения, будто бы свойственном всем живым существам. < ... > Нет никакого универсального закона роста населения и для людей».

Ради справедливости необходимо отметить, что неизвестно в какой мере написанное Урланисом совпадает с его собственным мнением: в Советском Союзе требовалось показывать преимущества социализма и недостатки капитализма. Невыполнение этого требования приводило к проблемам с публикацией труда из-за цензуры. Единственным способом донести до читателя какую-либо информацию из «стана врага» в таком случае было изложение такой информации с ее последующей критикой.

Мальтуса, например, можно было критиковать, но читать его было нельзя: его «Опыт», изданный в переводе в России до революции 1917 года, хранился в специальном помещении

в библиотеке — в спецхране<sup>34</sup> и получить доступ к нему могла лишь определенная категория людей, получив специальное разрешение. Ссылки на литературу из спецхрана были запрещены. Подробнее о спецхранах можно прочесть в книге библиографа, доцента Ксении Владимировны Лютовой «*Спецхран библиотеки Академии Наук*» [111].

---

<sup>34</sup> Спецхран (отдел специального хранения) в СССР — это специальный отдел в библиотеке, доступ к которому был ограничен.

## СТРАННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Как видим, все попытки моделирования динамики роста численности людей различных стран и регионов с помощью логистической кривой не увенчались успехом, в том плане, что предсказания не сбывались, а лабораторные опыты с животными и низшими организмами показали совпадение траекторий их роста с ходом логистической кривой.

Странно: почему в лабораторных условиях логистический закон роста подтверждается, а в реальной жизни — нет?

Попробуем в этом разобраться.

### ВЫРАВНИВАНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Итак, когда эксперимент или сбор данных закончен, у исследователя имеется ряд динамики — набор данных, отображающих развитие во времени изучаемого явления — рост популяции, к примеру. Исследователь пытается понять, есть ли какая-либо закономерность в характере развития явления и если есть, то какая.

В ходе эксперимента или сбора данных возникают ошибки — из-за неидеальности условий, в которых проводится эксперимент или сбор данных и из-за ошибок самого исследователя. Ошибки приводят к тому, что на графике, линия, соединяющая точки данных, выглядит изломанной или извилистой, а не плавной, гладкой кривой.

Эту фактическую кривую исследователь пытается как-то подкорректировать, сгладить, заменить плавной, гладкой кривой, чтобы приуменьшить или исключить влияние ошибок.

Процесс подбора новых значений и замена ими фактических данных или, что то же самое, подбор плавной, идеализированной кривой и замена фактической кривой идеализированной кривой и есть процесс выравнивания или сглаживания рядов динамики.

Один из методов выравнивания — метод аналитического выравнивания — использовал Раймонд Пирл, когда предлагал уравнение логистической кривой в качестве модели роста численности популяций. Суть метода состоит в том, что находится математическая модель явления — математическое уравнение или система уравнений, которые убедительно описывают явление. И тогда весь набор данных (ряд динамики) может быть заменен одним таким уравнением или системой уравнений.

Результат выбора хорошей модели проявляется в том, что подобранное уравнение (формула) на графике отображается кривой, которая удовлетворительно представляет кривую, построенную согласно фактическим данным — достаточно хорошо с ней совпадает, но более гладкая — без резких отклонений или выбросов, возможных при построении кривой по фактическим данным.

### ***Вероятностный или детерминированный***

Зададимся вопросом: процесс роста популяции — это детерминированный, заранее предопределенный, наперед нам достоверно известный процесс или вероятностный, траектория которого зависит от влияния многих факторов, нам заранее неизвестных? Конечно вероятностный.

Мы прекрасно осведомлены, что живем не в детерминистическом, Ньютоновском мире, где все нам наперед точно известно, а в вероятностном, где постоянно случаются события, которых не ожидали или не предвидели и предсказать которые либо вовсе невозможно, либо возможно, но с какой-то степенью правдоподобия — прогноз погоды тому пример. Каждый день отправляясь на работу, мы не знаем точно, когда доберемся до работы, и выходим из дома заранее, чтобы на всякий случай иметь запас времени — потому, что знаем, что по дороге может случиться что-то непредвиденное, о чем мы заранее знать не можем и что может задержать нас в пути.

И когда речь заходит, например, о росте численности популяции, то все понимают и соглашаются, что это вероятностный (стохастический, случайный) процесс. Об этом пишут и в учебниках, и в научных изданиях — см., например, у Нормана Бейли (Norman Thomas John Bailey; 1923–2007) Главу 2 его книги *«Математика в биологии и медицине»* [95].

На рост численности популяции — в том числе человеческой — влияют многие внешние и внутренние по отношению к популяции факторы, имеющие сами по себе случайный характер. Все эти причины могут меняться от года к году и иметь ту или иную силу последствий для роста популяции. Предусмотреть их невозможно — на то они и есть случайные факторы. Поэтому траектория реального процесса может отклоняться от хода идеальной, гладкой кривой. А траектория роста численности населения, построенная на основе собранных статистических данных по конкретному региону представляет собой лишь одну из множества возможных траекторий роста численности населения этого региона. Это та кривая роста, которая фактически, исторически реализовалась.

### **Ансамбль реализаций**

Представим, что у нас есть возможность возвращаться в прошлое и «запускать» процесс роста населения столько раз, сколько мы пожелаем. В результате мы получили бы набор траекторий роста.

Совпали бы на графике все эти траектории? Слили бы в одну линию? Нет, конечно. Поскольку некоторые из событий в каждом конкретном случае роста могли бы не произойти или произойти в иное время, в ином месте и с иными последствиями для обитателей, но могли бы произойти события, которых не было. То есть если бы мы перезапускали процесс заселения территории много раз, то каждый раз получали бы траектории, не совпадающие с уже полученными нами — как раз в силу вероятностного характера рассматриваемого нами события — роста численности популяции. Рост численности каждой отдельно взятой популяции или страны дает нам одну конкретную траекторию роста — *реализацию случайного процесса*, а набор таких возможных и несовпадающих траекторий роста численности популяции или страны дает *ансамбль реализаций*

случайного процесса. На графике такой ансамбль реализаций выглядел бы, например, так, как показано на рис. 4.1.

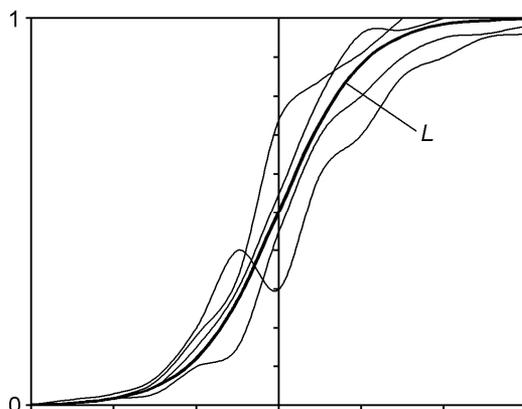


Рис. 4.1. Ансамбль реализаций случайного процесса

### **Математическое ожидание**

Многие вероятностные процессы при многократном повторении группируются вокруг какого-либо конкретного значения, либо вокруг какой-либо усредненной траектории. Так и в нашем случае: при увеличении количества траекторий все отчетливее проявлялась бы общая закономерность хода всех кривых. А если бы нам удалось получить данные о всех возможных траекториях роста численности популяции на данной территории, мы бы получили *полный ансамбль реализаций*. Таких траекторий может быть бесконечно много. И в этом предельном случае можно было бы ожидать, что усредненная траектория всех возможных траекторий роста — *математическое ожидание*, как усреднение по полному ансамблю реализаций траекторий, — представляла бы собой плавную, гладкую кривую; кривая не имела бы скачков и извилин, так как были бы взаимно скомпенсированы действия разнонаправленных случайных факторов, воздействующих на конкретные кривые и искажающих их форму. На рис. 4.1 это, к примеру, утолщенная кривая *L*.

## Идеальные условия

Условия, в которых оказывались подопытные во время проведения опытов в лабораториях Пирла [64; Chapter II], являлись для них близки к идеальным: размножение происходило при постоянной комфортной температуре, постоянном наличии пищи, в отсутствие врагов, болезней, катастроф, катаклизмов и прочих внешних факторов, могущих как-то повлиять на ход процесса увеличения численности популяции.

В таких идеализированных условиях Пирл фактически сразу получал кривую роста, близкую к математическому ожиданию ансамбля реализаций случайного процесса, то есть кривую, близкую к некоей «средней» траектории всех возможных траекторий роста.

Поэтому в лабораторных условиях у Пирла и у его последователей или подражателей рост популяций происходил по траектории достаточно гладкой кривой — логистической, как определил Пирл, или по логистическому закону, как он думал.

Очевидно, что лабораторные условия не соответствуют жизни живых существ в реальных условиях — в условиях постоянной борьбы за существование против всех и всего. И в реальных, естественных условиях обитания траектории роста численности живых существ выглядели бы не так, как полученные в лабораториях.

## Идеализация условий опыта

Прежде чем разбираться с тем, является ли логистический закон роста Пирла законом или не является, рассмотрим один пример.

Выпишем из справочника по физике формулу, которая определяет время свободного падения тела на землю:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Здесь  $t$  — время (продолжительность падения);  
 $h$  — высота, с которой падает тело;  
 $g$  — ускорение свободного падения (9,81 м/с<sup>2</sup>).

Как видим из формулы, время падения не зависит от массы тела и его формы, так как они в формулу не входят. Это означает, что все тела с одной и той же высоты должны упасть на землю за одно и то же время.

Проверим действие этого закона экспериментально.

Возьмем, к примеру, кирпич и птичье перо. Поднимемся на второй этаж и сбросим с балкона оба предмета. Измерим время падения. Видим, что кирпич падает на землю быстрее, чем перо. Значит, закон неверен. Перед тем как сообщить эту весть всему человечеству, обращаемся снова к справочнику по физике за дополнительной информацией по данному вопросу. Находим условие: опыт нужно проводить в вакууме и при отсутствии помех, когда другие силы, действующие на тело, отсутствуют или пренебрежимо малы. Повторяем эксперимент, соблюдая указанные условия. Закон работает!

Оказывается не закон неверен, а мы некорректно провели опыт: необходимо было создать определенные «идеальные» (идеализированные) условия перед его проведением.

О необходимости соблюдения определенных условий для того, чтобы закон проявил себя, — чтобы закон «работал», говорит Турчин по поводу экспоненциального роста [79; с. 18]:

«But is it a *law*? Let us compare it to something about which there is no argument that it is a law — Newton's First Law, or the law of inertia. The similarity between the exponential law and the law of inertia is striking.

First, both statements specify the state of the system *in the absence of any "influences" acting on it*. The law of inertia says how a body will move in the absence of forces exerted on it; exponential law specifies how a population will grow/decline in the absence of systematic changes in the environmental factors influencing reproduction and mortality».

(Но что такое *закон*? Давайте сравним его с чем-то, являющимся законом вне всяких сомнений — с первым законом Ньютона, или законом инерции. Сходство между экспоненциальным законом и законом инерции поражает.

Во-первых, оба утверждения оговаривают такое состояние системы, при котором *отсутствуют какие-либо*

*«влияния», действующие на нее. Закон инерции говорит, как будет двигаться тело в отсутствие сил, действующих на него; экспоненциальный закон определяет, как население будет расти/убывать в отсутствие систематических изменений факторов окружающей среды, влияющих на воспроизводство и смертность.)*

Видимо, то же касается и логистического закона роста Пирла: для того, чтобы обнаружить, работает логистический закон или нет, нужно тоже соблюдать определенные условия.

Что это за условия?

### **Условия для закона народонаселения**

Чтобы выявить закон роста численности народонаселения или чтобы закон себя проявил, нужно либо создать идеальные (идеализированные) условия жизни людей, проживающих на обследуемой территории, либо наблюдать за людьми в естественных условиях их обитания, но провести достаточное число таких наблюдений, начиная каждое очередное наблюдение с изначального заселения территории.

Реально ли такое исследование и интересно ли оно кому-либо — это другой вопрос, но результатом наблюдений в первом случае будет получение набора данных, графическое отображение которых даст достаточно гладкую кривую роста — ввиду практически полного отсутствия факторов, искажающих картину роста. Во втором случае — после получения набора траекторий роста и усреднения результатов — мы получим примерно такую же кривую, что и в первом случае — при проживании людей в идеализированных условиях.

Что это будет за кривая?

Пирл говорит, основываясь на собственных экспериментах, на опытах других исследователей и на статистических данных по странам и регионам, что это логистическая кривая.

Если исследования по росту народонаселения в разных странах и регионах повторить — в идеализированных или естественных условиях — многократно и по различающимся методикам и в результате окажется, что население увеличивается по логистической кривой, то можно утверждать, что выявлена эмпирическая закономерность роста.

Но это еще не закон.  
А что же тогда закон?

## **ЗАКОН ИЛИ НЕ ЗАКОН?**

Отметим вначале, что слово «закон» часто употребляется как просто подмеченная закономерность — без претензий на фундаментальность, на фундаментальный характер обнаруженного. Это просто такая фигура речи. Без претензий к самому значению слова «закон». Кингсланд, например, отмечает [32; с. 68]:

«However one may want to define the meaning of scientific law for the purpose of philosophical discourse, in practical usage the term "law" has been loosely applied to many different kind of statements. As A. D. Darbishire noted in 1906 the word "law" was in biology the vaguest of all terms, "signifying as occasion demands either a theory, or a résumé, or a hypothesis, or a formula, or a generalization," and sheltering "under its wide roof, Laws whose authors aim at explanation, and those whose authors are satisfied with description." Therefore to announce that one has uncovered a law may not mean very much at all».

(Хотя в ходе философского дискурса может возникнуть потребность в научном определении понятия «закон», на практике термин широко использовался для самых разных видов утверждений. Как отмечал А. Д. Дарбишир в 1906 году слово «закон» в биологии было наиболее расплывчатым из всех терминов, «будучи при случае синонимом либо теории, либо заключения, либо гипотезы, либо формулы, либо обобщения», и укрывались «под его широкой крышей законы, авторы которых ставили своей целью объяснение, и законы, авторы которых удовлетворялись описанием». Поэтому, объявление об открытии закона могло, в общем-то, особо и не означать чего-либо.)

### **Что есть закон?**

Закон — это необходимое, существенное, устойчивое, повторяющееся отношение между явлениями. Закон связывает

причины и следствия, выражает связь между предметами, между составными элементами данного предмета, между свойствами вещей, между свойствами внутри вещи. Закон, справедливость которого установлена из опытных данных, называют эмпирическим законом. Разговор о законе можно начинать после того, как найден фактический механизм причинно-следственной связи в рамках исследуемого явления.

А какое отношение, какую связь и между какими явлениями выражает закон логистического роста Пирла? Какие причины указывает его закон, следствием которых является рост населения? Никакое, никакие.

Гаузе, например, отмечал [21; с. 43]:

«It is very well known that the differential equations derived from the curves observed in an experiment can be only regarded as empirical expressions and they do not throw any real light on the underlying factors which control the growth of the population. The only right way to go about the investigation is, as Professor Gray ('29) says, a direct study of factors which control the growth rate of the population and the expression of these factors in a quantitative form».

(Хорошо известно, что дифференциальные уравнения, полученные на основе кривых, наблюдаемых в эксперименте, можно рассматривать лишь в качестве эмпирических выражений, и они не проливают никакого света на основные факторы, от которых зависит рост населения. Единственный правильный путь исследования, как говорит профессор Грэй (1929), — это непосредственное изучение факторов, которые определяют скорость роста популяции и выражение этих факторов в количественной форме.)

## Не закон

Мы видим, что у Пирла в его аналитическом выражении закона логистического роста численность популяции  $N$  зависит только от времени  $t$ . То есть Пирл фактически использует зависимость  $N = f(t)$ . Однако численность популяции зависит от свойств самой популяции и состояния окружающей среды,

а не от времени: установившиеся между популяцией и окружающей средой отношения могут, например, сохраняться неизменными длительное время, то есть не зависеть от хода времени.

Закон логистического роста Пирла не является законом потому, что из аналитического описания его мы видим лишь, что численность населения меняется во времени каким-то образом, но почему именно так и что влияет на эти изменения — мы не знаем. Как отмечает Кингсланд [31; с. 48]:

«But Pearl was wrong to call his curve a law of population, as his critics made abundantly clear. His use of the word "law" implied that he considered it to be a generalization that was universally valid for the class of events which it described. The function of such laws is to allow some type of explanation, usually of a causal nature, to be made of specific events, and to provide a basis for prediction. Laws are generally deduced from facts obtained by observation and experiment, and their validity depends only on the validity of those facts, as opposed to their agreement with a theory or an a priori argument. Accordingly, any proposed lawlike statement, or hypothesis, should also be capable of being verified or falsified on the basis of observation. The logistic curve satisfied none of these requirements, and was therefore neither a law nor a hypothesis».

(Но Пирл был неправ, называя свою кривую законом роста населения, — что его критики показали совершенно ясно. Использование им слова «закон» означало, что он считал его обобщением, которое было общеобязательным для класса событий, которые оно описывает. Назначение таких законов — дать некоторый тип объяснения, как правило, причинного характера, исходя из конкретных событий, а также служить основой для прогнозирования. Законы, как правило, выводятся из фактов, полученных путем наблюдения и эксперимента, и их достоверность зависит только от достоверности этих фактов, в отличие от их согласия с теорией или априорных аргументов. Соответственно, для любого предлагаемого законоподобного заявления или гипотезы должна быть

предусмотрена возможность верификации или фальсификации на основе наблюдений. Логистическая кривая не удовлетворяет ни одному из этих требований, и поэтому не является ни законом, ни гипотезой.)

Не вскрывает закон логистического роста Пирла механизм, которым управляется рост населения.

### **Какой закон ищем?**

Интерпретировать изображенное на рис. 4.1 можно следующим образом: если на процесс роста воздействуют помехи, может реализоваться любая из траекторий, а если помех нет, то реализуется только гладкая, без извилин и скачков по ходу кривой, траектория. На рис. 4.1 — это кривая  $L$ .

А теперь вопрос. Какой закон роста искать будем:

- для каждого отдельно взятого государства или региона свой собственный закон роста, то есть свой собственный закон для каждой представленной на рис. 4.1 кривой;
- для траектории роста, не подверженной влиянию возмущающих факторов — это кривая  $L$  на рис. 4.1 — траектория математического ожидания ансамбля реализаций случайного процесса роста населения.

Конечно, закон нужно искать для кривой, очищенной от воздействия на нее случайных помех — возмущающих факторов, которые искажают форму каждой конкретной кривой. Иначе поиск закона роста населения — в условиях, когда рост населения происходит при наличии возмущающих факторов, мешающих нормальному протеканию процесса роста и искажающих траекторию роста, — похож на поиск закона падения тел в условиях, когда такие возмущающие факторы, как атмосфера, ветер, дождь действуют на падающее тело по отдельности или в различных сочетаниях. К чему это приводит — мы знаем.

Таким образом, как и в случае падения тела, нужно сначала создать определенные идеализированные условия для роста популяции, а затем в этих условиях провести наблюдения за процессом роста и искать затем закономерность в поведении такого явления, как рост популяции.

Если мы хотим выявить закон роста, необходимо, во-первых, провести эксперименты, подтверждающие, что рост численности популяции осуществляется по логистической кривой, во-вторых, связать конкретные параметры среды и популяции (причины) с численностью популяции (следствием). Опыты лучше всего проводить в идеализированных условиях, чтобы устранить действие помех росту (исключить влияние сторонних сил). Повторить опыты многократно и усреднить результаты. Провести опыты в разных (других) местах, в разных (иных) условиях, по разным (другим) методикам. Повторить неоднократно. Усреднить результаты. Выявить факторы, влияющие на рост. Связать их в виде математической зависимости с численностью популяции. Если во всех случаях получится логистическая кривая — это закон.

Удалось ли Пирлу в своих опытах выявить какие-либо факторы или механизмы, влияющие на рост популяции?

### **Вскрытые механизмы**

Параметры среды в опытах Пирла над мухами поддерживались неизменными, а скорость роста численности популяций мух менялась и после точки перегиба на логистической кривой начинала снижаться. Это означает, что должен существовать внутренний по отношению к популяции механизм [31; с. 37], который заставляет популяцию снижать скорость роста ее численности. Пирл считал, что обнаружил факторы, приводящие к снижению скорости роста — см., например, «*Chapter VI. The Influence of Density of Population on Fertility*» (Глава VI. Влияние плотности популяции на плодовитость) его книги «*The Biology of Population Growth*» [64]. Кингсланд по этому поводу пишет следующее [31; с. 37–38]:

«Starting in 1921, Pearl and his associates had been conducting an intensive series of studies on the duration of life, using fruit-flies as experimental subjects. In the course of these studies, they found that density of population influences the death-rate of the flies (Pearl and Parker, 1922), and more surprisingly, that it affects the rate of reproduction as well, by inhibiting the fertility of the female flies (Pearl, 1925, pp. 134–41). Here, Pearl felt, was a solution to

the problem of the mechanism behind the logistic curve, a vera causa to explain why the rate of growth decreases in the upper portion of the curve. He also noticed a similar connection between density and egg-laying in populations of rock fowl, with which he had worked more than a decade earlier. Impressed by these results, he then went a step further, and claimed in 1925 to have demonstrated that human populations also show a definite density effect on birth rate, and he suggested that the relationship was of the same character, fundamentally, as that found in hens and flies (Pearl, 1925, pp. 146–56).

<...>

F. W. Robertson and J. H. Sang, working in Lancelot Hogben's department, tested these results thoroughly and arrived at a different interpretation (Robertson and Sang, 1944). They discovered that changes in the quality and quantity of the food were the most important factors influencing the rate of egg-laying in *Drosophila*. The crowding effect that Pearl had postulated was in fact the result of competition for food. If the flies were adequately fed, the same crowding produced only a slight decrease in fecundity».

(Начиная с 1921, Пирл и его единомышленники проводят серию интенсивных исследований по продолжительности жизни, используя плодовых мух в качестве подопытных. В ходе этих исследований они обнаружили, что плотность влияет на смертность мух (Пирл и Паркер, 1922) и, что более удивительно, она влияет на скорость размножения, а также, за счет ингибирования, на плодовитость самок мух (Пирл, 1925, сс. 134–41). Здесь, чувствовал Пирл, было решение проблемы механизма, стоящего за логистической кривой, истинная причина, объясняющая, почему скорость роста уменьшается в верхней части кривой. Он также заметил подобную связь между плотностью и яйцекладкой в популяциях курей породы плимутрок, с которыми он работал более десяти лет назад. Пораженный этими результатами, он пошел еще дальше, и утверждал в 1925 году, что человеческие

популяции также показывают определенное влияние плотности на уровень рождаемости, и полагал, что взаимосвязь эта имеет такой же фундаментальный характер, как у курей и мух (Пирл, 1925, сс. 146–56).

<...>

Ф. У. Робертсон и Дж. Н. Санг, работая на кафедре имени Ланселота Хогбена, проверили тщательно эти результаты и пришли к другой интерпретации (Робертсон и Санг, 1944). Они обнаружили, что изменения качества и количества пищи были самыми важными факторами, влияющими на скорость кладки яиц у дрозофилы. Эффект скученности, который постулировал Пирл, на самом деле являлся результатом конкуренции за пищу. Если мухи были должным образом накормлены, то та же скученность приводила лишь к небольшому снижению плодовитости.)

Мы можем заметить, что если бы были выяснены количественные зависимости между этими обнаруженными факторами, их можно было бы ввести в уравнение роста популяции.

Странно, что до такого уравниения дело так и не дошло. Видимо, никому это не было интересно.

## **ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ ЗАКОН**

Хотя закон логистического роста Пирла не признается законом, его можно отнести к категории феноменологических законов — это когда кривая отображает некое развитие, но какие движущие силы этого развития, какие факторы его вызывают — мы не знаем. Мы наблюдаем в эксперименте развитие, траектория которого схожа с той, что отображается логистической кривой, и ей уже приписываем, на нее уже переносим свойства наблюдаемого процесса. Но какие свойства переносим и приписываем — не знаем.

### **В чем феномен**

Если уж зашла речь о феноменологическом законе, то надо говорить о феномене развития по S-образной, а не по логистической кривой. Поскольку феномен не в том, что рост или развитие осуществляется именно по логистической кривой,

а в том, что единственная кривая представляет (отображает) и стационарный и переходный режимы или, иными словами, кривая может представлять как состояния, так и переходы от состояния к состоянию. А такой способностью обладает не только логистическая, а любая S-образная кривая. Процесс перехода вначале идет с ускорением, а затем с замедлением. И не важно как конкретно выглядит кривая — как логистическая или, к примеру, как кривая Гомперца: конкретный вид S-образной кривой не определяет принцип перехода.

Томпсон отмечает [78; сс. 157–158]:

«The logistic curve, as defined by Verhulst and by Pearl, has doubtless an interest of its own for the mathematician, the statistician and the actuary. But putting aside all its mathematical details and all arbitrary assumptions, the generalised S-shaped curve is a very symbol of childhood, maturity and age, of activity which rises to fall again, of growth which has its sequel in decay. The growth of a child or of a nation; the history of a railway, or the speed between stations of a train; the spread of an epidemic, or the evolutionary survival of a favoured type — all these things run their course, in its beginning, its middle and its end, after the fashion of the S-shaped curve».

(Логистическая кривая, описанная Ферхюльстом и Пирлом, представляет несомненный интерес для математика, статистика и актуария. Но если отодвинуть в сторону математические детали и произвольные предположения, обобщенная S-образная кривая — это своего рода символ детства, зрелости и старости; активности, которая вначале нарастает, чтобы затем снова спадать; роста, продолжение которого есть упадок. Рост ребенка или нации, история железной дороги или скорость поезда между станциями, распространение эпидемии или эволюционное выживание обладающих преимуществом — все они и в начале, и в середине и в конце своей траектории осуществляются по типу S-образной кривой.)

Фактически публикации Пирла подтвердили феномен S-образного перехода с уровня на уровень: «усовершенствование»

логистической кривой Пирлом придало ей такую универсальность, что от нее только S-образность и осталась — см. формулу (vii) выше или формулу (viii) в его «*The Biology*» [64; с. 17].

Феноменологический закон S-образного развития относится к категории законов развития в философии: он может показывать по какой траектории реализуется процесс развития — проясняет каким образом, по какой траектории развивающееся явление может переходить из одного состояния в другое.

Почему закон именно S-образного развития? Потому, что такая закономерность подтверждена многочисленными опытами и наблюдениями, о чем уже сказано выше. И потому, что скачком, без затраты времени на переход, реальный процесс осуществляться не может. Томпсон по этому поводу выразился следующим образом [78; с. 152]:

«The sigmoid curve illustrates a theorem which, obvious as it may seem, is of no small philosophical importance, to wit, that a body starting from rest must, in order to attain a certain velocity, pass through all intermediate velocities on its way».

(Сигмовидная кривая иллюстрирует теорему, которая очевидна, как это может показаться, и которая имеет немаловажное философское значение, а именно, что тело, начиная движение из состояния покоя, для того, чтобы достичь определенной скорости, должно пройти через все промежуточные скорости на своем пути.)

Так что скорость процесса вначале плавно нарастает, а затем постепенно снижается — вплоть до нуля, — опять же, в силу того, что любой реальный процесс не может развиваться до бесконечности. И все это описывается с помощью единственной S-образной кривой. А «закон» Пирла — лишь ее частный случай.

Все вроде бы ясно, понятно и самоочевидно. Можно добавить разве что еще и соображение математического характера.

### ***Кусочно-линейная аппроксимация кривой***

Рассмотрим модель логистической кривой, составленной из отрезков прямых — так, например, как показано на рис. 4.2.

Допустим, исследователь в ходе эксперимента получил данные, которые укладываются в линию на участке от точки  $D$  до точки  $E$  графика. Об остальной части графика исследователь не знает. Какую экстраполяцию за пределы участка  $DE$  он может предложить? Естественно, прямолинейную — так как показано штриховыми линиями на рис. 4.2 — это прямая  $D'E'E'$  графика. Однако такая экстраполяция демонстрирует постоянное, непрекращающееся изменение характеристик явления и, в пределе, движение в бесконечность. Чего на самом деле не бывает. То же можно сказать и об участках  $BC$  и  $CD$  кривой графика.

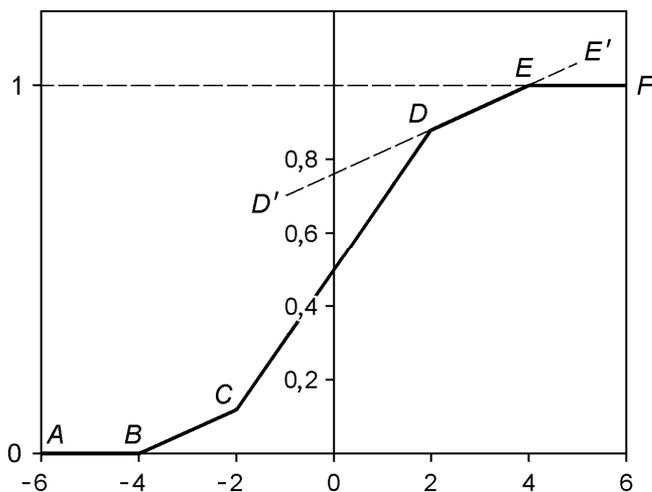


Рис. 4.2. Кусочно-линейная аппроксимация логистической кривой

Обратим теперь внимание на точки  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , и  $E$  графика. В этих точках сходятся концы отрезков графика. Поскольку в точках сходятся отрезки с различным наклоном (с различающимися скоростями роста), получается, что в указанных точках развивающееся явление должно иметь одновременно две различные скорости роста, — так как в них присутствуют концы двух сходящихся в точке отрезков. Но такое невозможно. И поэтому в таких особых точках  $B$ ,  $C$ ,  $D$  и  $E$  ломаная кривая

*ABCDEF* не дифференцируема и скорость роста в этих точках определить невозможно. А это означает, что в этих точках теряется историческая связь между последовательностью событий, представленных отрезками на рис. 4.2.

При ломаной кривой любой из наклонных отрезков не обеспечивает переход к стационарному состоянию, так как процесс изменений, представляемый отрезком, никогда не стабилизируется на каком-либо уровне при экстраполяции его в обе стороны и не могут быть зафиксированы его стационарные характеристики, а у горизонтальной части кривой — отрезки *AB* и *EF* на рис. 4.2 — невозможно развитие, так как система находится постоянно на одном и том же уровне и не может с него сойти.

Способ существования мироздания — это состояния и переходы между состояниями. Без фиксации состояний или структуры невозможно появление свойства, наличие чего-либо, кроме хаоса, неопределенности. Заметим, что энтропия в середине процесса перехода из точки *C* в точку *D* у отрезка *CD* больше, чем у отрезков *BC* и *DE*: чем больше расстояние между начальной и конечной точками в процессе перехода с уровня на уровень, тем больше неопределенность в середине процесса перехода [146; с. 89].

Таким образом, не ломаная, а только гладкая кривая с ее S-образной формой определяется сама-собой в качестве модели развития или модели роста. Для стационарного состояния (нормальное функционирование) кривая имеет горизонтальный участок или, точнее, квазигоризонтальный (модель, все-таки!) — это участок до или после перехода с уровня на уровень, а для эволюции — перехода из одного состояния в другое — наклонный.

Можно выразиться и так: закон логистического роста Пирла вышел за рамки биологии и в более обобщенном виде — в виде феноменологического закона S-образного развития — является общенаучным.

## **СТРАННАЯ СИТУАЦИЯ**

Итак, можно заявить: уберите помехи росту и увидите закон — увидите по какому закону он (рост) осуществляется. А какие помехи убираем?

Надо полагать, что на рост популяции влияют факторы как негативного, так и позитивного характера. Влияние негативных факторов в опытах мы пытаемся устранить, создавая комфортные условия существования для популяции. А действие позитивных факторов, влияющих также на рост популяции мы тоже целенаправленно, осмысленно устраняем или они сами автоматически самоустраняются при создании комфортных условий? Вряд ли они самоустраняются, поскольку мы искусственно смещаем сложившийся баланс взаимоотношений между популяцией и окружающей средой в сторону более благоприятной для популяции ситуации. Похоже, мы не принимаем позитивные факторы во внимание и не контролируем наличие или отсутствие их. Какие тогда факторы взаимокompенсируются при многократном повторении опытов и усреднении их результатов: негативные с негативными или негативные с позитивными? А если убираем влияние позитивных факторов, то каких? Обилие еды? Чего еще? А что станется с популяцией при этом?

Если позитивные факторы присутствуют, то закон получается несимметричным по отношению к влияющим на рост факторам: он ставит в привилегированное положение влияние позитивных факторов. В этом видится некоторая странность закона роста — закон получается несколько однобокий, что ограничивает его универсальность, объективность. На каком основании мы тогда полагаем, что это закон?

Далее: нужно понимать, что закон роста народонаселения, выявленный в условиях, исключающих воздействие на популяцию возмущающих факторов, мы в реальной жизни наблюдать не сможем. В реальной жизни возмущающие факторы всегда имеют место и всегда искажают форму кривой роста. Странный какой-то, ненаблюдаемый в реальности, на практике, закон получаем — закон-призрак.

Для чего нам такой закон и какая тогда польза от такого закона? Польза может быть та же, что и, например, от закона падения тел или закона перехода количественных изменений в качественные — мы ими тоже не пользуемся в повседневной жизни. Поставленный вопрос сводится к рассмотрению проблемы о ценности знаний вообще и выходит за рамки тематики данной книги.

Если у Пирла и его сторонников оказалось недостаточно доказательств того, что закон логистического роста существует, то это не означает, что на этом основании у их противников доказательства их правоты появились автоматически. Противники Пирла также должны предоставить убедительные доказательства того, что закона роста для людей и для всего живого не существует. На каком основании Урланис, например, утверждает следующее [143; с. 72]:

«Полное крушение прогнозов на основе логистической кривой означает в то же самое время банкротство теорий об общем законе размножения, будто бы свойственном всем живым существам».

На основании того, что вероятностный процесс не развивается по траектории гладкой детерминистической кривой? Так он и не должен так развиваться — потому, как вероятностный. То есть на основании того, что логистическая модель не обеспечила детерминистическую точность прогноза вероятностной траектории роста, Урланис заявляет, что не может существовать траектории *математического ожидания* ансамбля вероятностных траекторий, а именно эта усредненная траектория и есть закон роста населения — логистического, например.

Странно — почему не может существовать?

Вполне естественно, что для каждой страны реализуется своя собственная вероятностная траектория роста. Но если для каждой из стран реализуется одна конкретная траектория из множества возможных, это не означает, что не существует усредненной траектории всего множества этих возможных траекторий. И, следовательно, это не означает, что закон роста не может существовать.

Основанием заключения о том, что закона размножения не существует, для Урланиса явилось свидетельство того, что закон не выполняется в условиях, в которых он не должен выполняться.

Напомним: закон роста, если допустить, что он все же существует, должен выполняться в идеализированных условиях — когда нет помех росту. Так же, как и закон падения тел. А в реальной жизни таких условий не бывает. И можно ли на основании единственной реализации случайного процесса —

единственной, имеющейся в нашем распоряжении траектории роста, установить закон роста или выявить закономерность роста?

То, что закон логистического или иного роста, как математическая модель роста, не может верно предсказать будущее или прошлое — не минус математической модели: так и должно быть в силу вероятностного характера процессов роста численности популяций в реальных условиях и странно было бы требовать от модели иного. Прогноз Пирла мог быть достоверным лишь с определенной вероятностью осуществления. Скорее всего, можно было бы ожидать, что часть фактических траекторий роста отклонится в своем ходе в одну сторону от логистической кривой, а часть — в другую.

Так и случилось: в своей книге «*Studies in Human Biology*» [61; Chapter XXV] Пирл прогнозирует рост населения всей планеты, шестнадцати стран и одного города. Ни один из его прогнозов не сбывается: две трети прогнозов оказались слишком занижены, треть — завышены. Например, для всей планеты предел роста по прогнозу Пирла составлял 2,02 млрд человек к 2100 году, а фактически в 2015 году численность населения планеты составила примерно 7,3 млрд человек и продолжает расти. Численность населения планеты на 2100 год прогнозируется Организацией Объединённых Наций на уровне порядка 11,2 млрд человек.

На сегодня ни у одной из сторон нет убедительных доказательств их правоты. И странно, что ни одна из сторон не стремится выяснить истину — провести соответствующие исследования, чтобы выяснить, существует ли закон роста или не существует. Видимо не настолько интересует исследователей этот вопрос. Для своих нужд или для решения своих прикладных задач им, видимо, это не принципиально. Жаль, что так и не удалось довести уравнение роста популяции (хотя бы для случая роста в идеализированных условиях) до уровня эмпирических законов — таких, например, как закон падения тел, где мы ясно видим и понимаем, что время падения  $t$  однозначно определяется высотой  $h$  и ускорением  $g$ .

Теперь о прогнозировании. Возникает вопрос к самой постановке задачи: насколько корректно предсказывать поведение случайного процесса по единственной реализовавшейся

его траектории — статистическим данным конкретного государства, региона? И тем более делать прогноз детерминистического, а не вероятностного характера. Бейли, например, отмечает [95; с.52]:

«Кривая роста любой отдельно взятой популяции может значительно отклоняться от кривой математического ожидания, хотя последняя совместно с дисперсией может все же служить некоторым показателем изменчивости, характерной для данного процесса».

Мы, конечно, здесь несколько утрируем ситуацию, но, возможно, предмет для размышлений все же есть.

## **Можно ли отфильтровать помехи?**

Можно ли перед тем, как сглаживать ряд динамики, скорректировать фактическую кривую роста, то есть сначала из набора фактических данных попытаться убрать, отфильтровать помехи, исказившие форму кривой роста, а затем уже сглаживать тем или иным способом скорректированный ряд динамики?

Отметим вначале, что подобная корректировка фактической кривой роста осуществляется сегодня сама по себе в масштабах нашей планеты и заключается в следующем. Население земного шара растет. Данные по росту численности населения земли — это сумма статистических данных по росту населения отдельных стран. На графике траектория роста населения земли — это сумма траекторий, отображающих процессы изменения численности населения каждой из стран. Число стран достаточно велико — около 200 стран различной значимости, дающих столько же траекторий роста.

Естественно ожидать, что суммирование траекторий роста стран должно дать достаточно гладкую кривую, так как факторы, заметно влияющие на рост населения в масштабах страны, могут быть незаметны или взаимокompенсироваться на планетарном уровне. Так, например, миграция населения из региона в регион численность населения земного шара не меняет. Неурожай в одном регионе может компенсироваться повышенной урожайностью в другом и так далее.

В данном случае нам остается подождать, пока рост населения в масштабах всего земного шара прекратится и посмотреть, какая получилась кривая роста — логистическая или иная. После этого закон роста народонаселения вида *Homo sapiens* можно попытаться выявить, основываясь на траектории роста численности населения земного шара и с условием, что в формулу закона будут обязательно включены параметры (факторы), от которых реально зависит рост численности популяции.

А помехи росту можно попытаться убрать путем реконструкции кривой роста.

## ПОТЕРИ НАРОДОНАСЕЛЕНИЯ

Под потерями народонаселения или под общими демографическими потерями мы будем понимать величину уменьшения численности населения под воздействием разного рода причин, или, иными словами, будем понимать вызванное пертурбационными обстоятельствами сокращение численности населения по сравнению с той его численностью, которая имела бы место при отсутствии пертурбаций.

Потери народонаселения — это не только умершие естественной или насильственной смертью в результате природных или социальных катаклизмов, это также и убыль населения страны из-за эмиграции (для страны эмигранты потеряны), убыль из-за не родившихся в последующих поколениях детей из-за гибели потенциальных родителей; это и убыль из-за общего снижения качества жизни и убыль из-за отложенной рождаемости (по причинам материальных трудностей или опасности). Последствия потерь народонаселения (демографическое эхо) ощущаются долгие годы.

Как уже отмечалось выше, логистическая кривая — это идеализированная, теоретическая кривая. По такому закону возможно менялась бы численность людей в идеальных, тепличных условиях. Любые же негативные причины социального или природного характера — войны, революции, репрессии, геноцид, голод, эпидемии, землетрясения, ураганы и прочие беды, катастрофы и катаклизмы (в том числе эмиграция и потери численности из-за не родившихся в последующих поколениях детей по перечисленным причинам) — приводят к потерям народонаселения. Кривая роста при этом теряет свой

плавный ход и идеальный вид, часть ее траектории искажается, смещается во времени.

Примером траектории, форма которой искажена, может служить траектория, отображающая рост численности населения бывшей Российской империи и бывшего Советского Союза — Союза Советских Социалистических Республик (СССР).

Российскую империю и СССР, появившийся затем взамен Российской империи, мы выбрали не случайно в качестве примера, так как за относительно короткий исторический промежуток времени — от начала XX века до его середины — в Российской империи, а затем и в СССР случилось много событий, повлиявших на характер изменения численности населения:

- русско-японская война 1904–1905 годов между Российской и Японской империями;
- революция 1905–1907 годов;
- первая мировая война 1914–1918 годов;
- февральская революция 1917 года;
- октябрьская революция 1917 года, в результате которой к власти пришли большевики (коммунисты);
- репрессии, которые начались сразу после Октябрьской революции 1917 года;
- гражданская война 1918–1922 годов;
- красный террор — кампания по уничтожению большевиками действительных и мнимых врагов советской власти в период гражданской войны;
- голод 1921–1922 годов;
- голод 1932–1933 годов;
- советско-финская война — война между СССР и Финляндией 1939–1940 годов;
- вторая мировая война (для СССР это 1941–1945 годы);
- послевоенный голод 1946–1947 годов;
- массовые депортации и насильственные перемещения населения в СССР.

## **РЕКОНСТРУКЦИЯ**

Под реконструкцией мы будем понимать процесс или процедуру воссоздания хода реальных событий, но воссоздания в таком виде, как если бы на ход этих событий не оказывалось

какого-либо стороннего влияния, то есть когда отсутствует или исключено влияние помех на ход событий.

Ниже будет выполнена реконструкция траектории роста численности населения Российской империи и СССР.

Реконструкцию мы будем выполнять графически, задаваясь вопросом о том или предполагая, что было бы, если бы не было произошедших негативных событий — если бы не было помех росту. Метод этот известный, о нем Урланис, например, упоминает в своей статье «*Методы исчисления людских потерь от войн*» [142; с. 294]:

«Влияние войны на численность населения мы можем проследить путем сравнения двух величин: первой, *гипотетической* численности, устанавливаемой статистическими методами, которой по всей вероятности, достигла бы страна, если бы она продолжала мирное развитие и не оказалась в состоянии войны, и второй *фактической*, дающей реальную численность населения страны по окончании войны или же в какой-либо ее момент. Разность между указанными двумя величинами и должна быть приписана влиянию войны».

Математик, демограф, доктор физико-математических наук, профессор Далхат Мурадинович Эдиев (Dalkhat M. Ediev; 1972–) в своей статье «*Application of the Demographic Potential Concept to Understanding the Russian Population History and Prospects: 1897–2100*» (Применение концепции демографического потенциала к пониманию истории и перспектив населения России: 1897–2100) приводит на графике Figure 6 [15; с. 298] две кривые — фактическую траекторию роста численности населения России и теоретическую, показывающую, как менялась бы численность населения России, если бы не было помех росту — если бы не было «потрясений» (*under the «no disturbances»*).

Аналогичный график, но для СССР в целом, приводит историк и журналист Борис Сергеевич Пушкарев (1929–) в своем докладе «*Невыясненные вопросы демографии России XX в.*», подготовленном для 46-й конференции «Посева» и опубликованном в 2003 году в журнале «Посев» [125; с. 15].

Нам реконструкция нужна, чтобы выяснить в какой мере реконструированная кривая роста численности населения

Российской империи и СССР соответствует S-образной или логистической кривой и чтобы определить, где это будет возможно, величины потерь народонаселения, которые привели к искажению формы кривой роста.

## График

Построим график изменения численности населения Российской империи и СССР за последнее столетие их существования — с момента проведения первой переписи населения империи в 1897 году и до прихода к власти большевиков в результате октябрьской революции 1917 года и появления на месте империи государства большевиков, получившего позднее название СССР, и до распада СССР в 1991 году.

График, отображающий динамику численности населения за период с 1897 года по 1991 год, приведен на рис. 5.1 в виде пяти фрагментов *I, II, ..., V*. По горизонтали отложено время в годах, по вертикали — численность населения в миллионах человек. Резкие провалы или скачки численности населения не соединены на графике плавными линиями, поскольку официальной статистики для этих периодов времени нет [92; с. 3].

## Источники

Данные для построения графика динамики численности населения Российской империи можно взять из двух основных источников статистики того времени: «*Статистический Ежегодник России*», который публиковался Центральным статистическим комитетом Министерства внутренних дел (ЦСК МВД), и «*Отчет о состоянии народного здоровья и организации врачебной помощи в России*», который публиковался Управлением главного врачебного инспектора Министерства внутренних дел (УГВИ МВД).

Динамика населения в отчетах УГВИ МВД строилась фактически на коэффициентах смертности и рождаемости, рассчитываемых от опорной точки, в качестве которой служила единственная перепись населения, проведенная в 1897 году в Российской империи [99; с. 3].

ЦСК МВД учитывал население по данным местных (губернских) статистических комитетов. Численность населения определялась исходя из данных о естественном движении

населения и его переселениях из одной губернии в другую [107; с. 100]. При этом переселившиеся в города или в другие регионы — в Сибирь или далее на восток — прибавлялись в местах вселения, но не всегда вычитались в местах выселения, ибо неизвестно было на какие именно губернии и уезды следовало разнести убывших. В итоге получался переучет, достигавший к 1914 году весьма весомой величины в несколько миллионов [99; с. 3], [136; с. 62–63].

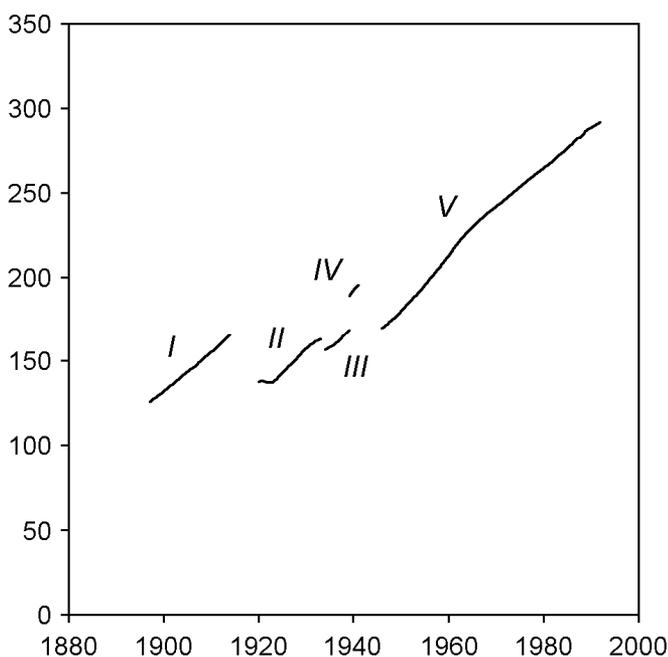


Рис. 5.1. Динамика численности населения Российской империи и СССР

О том, что данные о численности населения, представленные в Статистических ежегодниках ЦСК МВД завышены, отмечается в отчетах УГВИ МВД — см., например, «Отчет о состоянии народного здоровья и организации врачебной помощи в России за 1913 годъ», где говорится [121; с. 1, ссылка 1]:

«Население 50 губерний ... к середине 1913 года, определяется в 121.780.000, и население всей Империи в 166.650.000. Приведенные в таблицах (стр. 67 и 99) цифры населения по данным местных статистических комитетов на 1 января 1914 года являются преувеличенными, значительно превышая сумму цифр населения по переписи 1897 года и цифр естественного прироста за истекшее с переписи время».

Об этом же говорят и позднейшие исследователи. Так, в коллективной монографии за 2014 год *«Россия в годы Первой мировой войны: экономическое положение, социальные процессы, политический кризис»* отмечается [130; с. 190]:

«... ЦСК МВД насчитал на 1 января 1914 г. в империи 178 378,8 тыс. человек, а без Финляндии – 175 137,8 тыс. Однако исследователи считают эти цифры завышенными, прежде всего в силу двойного учета внутренних мигрантов — по месту постоянного жительства (приписки), с одной стороны, и фактического пребывания их — с другой. Внешняя миграция (эмиграция и иммиграция) также учитывались неточно. По скорректированным расчетам Управления главного врачебного инспектора МВД, численность населения была определена в 166,7 млн. человек (на середину 1913 г.), ...»

Поэтому мы воспользовались данными демографа, кандидата биологических наук Розы Иосифовны Сифман (1900–1978), которая в своей статье *«Динамика численности населения России за 1897–1914 гг.»* приводит данные по численности населения за 1897–1914 годы в границах российской империи без Финляндии [136; с. 80, *Таблица б*].

Данные об изменении численности населения СССР перед второй мировой войной можно взять из официальных государственных статистических ежегодников *«Народное хозяйство СССР»*. Но поскольку много писано о том, что перед войной имела место фальсификация статистических данных советской властью [92; с. 4], воспользуемся трудом *«Население Советского Союза: 1922–1991»* авторов Е.М. Ардреев, Л.Е. Дарский, Т. Л. Харькова, где они приводят скорректированные данные

по численности населения за период с 1920 по 1939 год в границах СССР до 17 сентября 1939 года, а с 1939 по 1941 год и с 1946 по 1959 год — в границах СССР после второй мировой войны (в границах 1946–1991 гг.) [92; с. 118, Приложение I (Основной вариант)].

Численность населения в 1939 году, согласно данных Андреева и соавторов [92; с. 118], увеличилась скачком — с уровня 168,524 до 188,794 млн человек. Увеличение численности составило 20,27 млн человек — переход от фрагмента III к фрагменту IV на рис. 5.1.

Скачкообразное увеличение численности произошло в результате аннексии Советским Союзом части территорий государств, граничивших с СССР на его западе. Начало военной операции по аннексии — 6 часов утра 17 сентября 1939 года. В результате СССР увеличил свою территорию фактически до размеров бывшей Российской империи.

Еще о величине скачка численности: в статистическом сборнике «Население СССР. 1987» указано, что численность населения до 17 сентября 1939 года составляла 170,6 млн человек, а после — 190,678 млн [119; с. 8 (см. также сноску 2 внизу)]. Увеличение численности, таким образом, составило:  $190,678 - 170,6 = 20,078$  млн человек.

Для периода с 1959 года по 1991 год мы использовали данные Государственного комитета СССР по статистике — см., например, сборник «Население СССР. 1987», где приводится численность населения с 1897 года по 1987 год [119; с. 8] и статистический ежегодник «Народное хозяйство СССР в 1990 г.», где приведена численность населения за 1991 год — последний год существования СССР [116; с. 67].

## Территория

В связи с войнами и революциями территория Российской империи и Советского Союза неоднократно изменялась, что нужно учитывать при сравнениях. Поэтому для сопоставимости данных в советской официальной статистике данные обычно приводятся в привязке к следующим границам — см., например, статистический ежегодник «Народное хозяйство СССР в 1961 году» [114; с. 7]:

- к границам Российской империи — территория с Финляндией, но без Бухары и Хивы (22,3 млн кв. км);
- к границам советского государства, существовавшим до 17 сентября 1939 года — территория 21,7 млн кв. км без Финляндии и некоторых территорий (Западной Украины, Западной Белоруссии, Бессарабии, Северной Буковины, трех Прибалтийских республик), но с Бухарой и Хивой (Бухарской и Хорезмской республиками);
- к «современным границам» (территория 22,4 млн кв. км) — территория СССР в границах, установленных после окончания в 1945 году второй мировой войны.

Для справки. В 1889 году был опубликован труд геодезиста и картографа, генерала от инфантерии Ивана Афанасьевича Стрельбицкого (1828–1900) «*Исчисление поверхности Российской Империи*» [139]. Территория Российской империи была определена равной 22 430 004,2 квадратных километра с внутренними водными поверхностями и островами [139; с. 3]. Территория эта не включала Хивинское ханство и Бухарский эмират (Хива и Бухара) [139; с. 1], но включала Финляндию [139; с. 2]. Окончательно уточненная в конце книги цифра площади составляла величину 22 434 392,3 квадратных километра [139; с. 117]. Перевод квадратных верст в квадратные географические мили и в квадратные километры осуществлялся по соотношению [139; с. XIII (Предисловие)]:

«1 кв. вер. = 0.02063 кв. геогр. мил. = 1.13804 кв. кил.»

### **30-е (1930-1937)**

Выделим фрагменты II и III графика рис. 5.1 за 1920–1939 годы. Выделенные фрагменты представлены на рис. 5.2. Круговые маркеры — данные Андреева и соавторов [92; с. 118]. Цифры, что присутствуют на наших графиках — это округленные значения данных из первоисточников или результатов наших вычислений.

Из рис. 5.2 видно, что численность населения с 1920 года по 1923 год (до точки 137,5 млн человек на графике) практически не росла. Причина в том, что в конце 1917 года в России произошла Октябрьская революция, после которой в стране началась гражданская война.

Части фрагментов *II* и *III* графика, как видим, хорошо ложатся на прямые *AB* и *CD*. Выравнивание данных по прямой дает следующую линейную скорость  $\Delta_{II}$  роста (абсолютный прирост) на участке фрагмента *II* от 140 млн человек (по состоянию на 1 января 1924 года) до 157,4 млн человек (по состоянию на 1 января 1930 года):

$$\Delta_{II} = (157,4 - 140) : 6 = 2,9 \text{ (млн чел./год).}$$

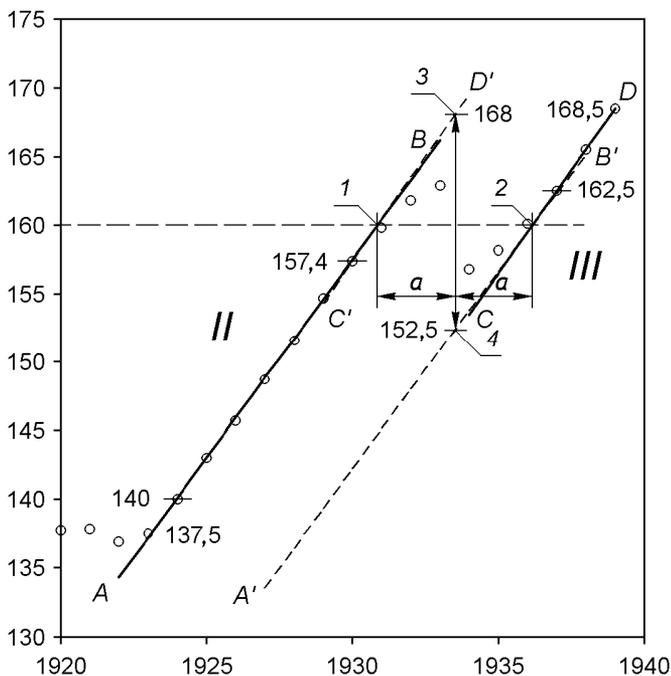


Рис. 5.2. Расчет потерь народонаселения СССР в 30-е годы

То есть население на участке фрагмента *II* от 140 млн человек до 157,4 млн человек увеличивается ежегодно на 2,9 миллиона человек. Для фрагмента *III* на участке от 162,5 млн человек (по состоянию на 1 января 1937 года) до 168,5 млн человек (по состоянию на 1 января 1939 года) линейная скорость  $\Delta_{III}$  роста составляет:

$$\Delta_{III} = (168,5 - 162,5) : 2 = 3,0 \text{ (млн чел./год).}$$

Снижение темпов роста после 1930 года — отклонение траектории кривой фрагмента *II* от прямой *AB* вверх кривой (выше точки 157,4 на рис. 5.2) объясняется проводимой в стране большевиков коллективизацией.

Коллективизация — это процесс принудительного объединения мелких единоличных крестьянских хозяйств в крупные коллективные хозяйства (сокращенно — колхозы) и ликвидация частной собственности на селе. Коллективизация проводилась с 1928 по 1937 годы, но основной этап — с 1929 по 1930 год — отличался особенно сильными репрессиями. С конца 1929 года был отменен принцип добровольного вступления в колхоз и началась насильственная коллективизация: у тех, кто не желал идти в колхозы, забирали все имущество, а их самих ссылали в отдаленные места.

Насильственные хлебозаготовки привели к тому, что у крестьян не осталось достаточных запасов продовольствия и не было достаточного количества посевного материала. Ввиду недостатка или отсутствия кормов в стране уменьшилось поголовье скота. Уменьшению поголовья способствовало и то, что крестьяне, не желая отдавать скотину в колхозы, резали ее. Вдобавок ко всему погодные условия привели к неурожаю. С зимы 1932 года в стране начался массовый голод, повлекший значительные человеческие жертвы в 1932–1933 годах. Ситуация начала улучшаться к 1936–1937 годам, что видно из графика, где кривая роста численности населения в 1937 году при численности 162,5 млн человек выходит на прямую *CD*.

Определим потери народонаселения в стране в 30-е годы в интервале с 1930 года (157,4 млн чел.) по 1937 год (162,5 млн чел.).

Для этого сначала зададимся вопросом: как бы на графике шла траектория роста, если бы не было искажения траектории роста? Видимо, рост населения, тренд которого показан прямой *AB*, продолжился бы с какого-то момента времени после точки 157,4 так, как показывает прямая *CD*.

Состыкуем прямые *AB* и *CD* — точнее, участки фрагментов *II* и *III*, на которых процесс роста развивался без видимых помех, а это участки, на которых маркеры данных лежат на прямых *AB* и *CD*. Для состыковки переместим прямую *CD* параллельно самой себе влево до пересечения прямых *AB* и

$CD$  в точке 1 на уровне 160 графика. На графике смещенная влево прямая  $CD$  — это пунктирная прямая  $C'D'$ . Точки 1 и 2 на графике — это точки пересечения прямых  $AB$  и  $CD$  с пунктирной прямой на уровне 160 графика. Уровень 160 выбран потому, что от уровня 160 до точек 157,4 и 162,5 — крайних точек, принадлежащих еще прямым  $AB$  и  $CD$ , — примерно одинаковое расстояние по вертикали:

$$162,5 - 160 = 2,5; \quad 160 - 157,4 = 2,6.$$

Аналогичным способом мы можем переместить прямую  $AB$  параллельно самой себе вправо до пересечения прямых  $AB$  и  $CD$  в точке 2 на уровне 160 графика. На графике смещенная вправо прямая  $AB$  — это пунктирная прямая  $A'B'$ .

В результате состыковки прямых  $AB$  и  $C'D'$  в точке 1 получаем ломаную кривую  $A-1-D'$ . Так, скорее всего, развивался бы процесс роста численности населения в отсутствие помех росту. В действительности же мы наблюдаем провал численности и вместо того, чтобы получить численность населения 168 миллионов человек в точке 3, мы имеем численность 152,5 миллионов человек. Цифра 152,5 — это то значение на пересечении отрезков прямых 3–4 и  $A'B'$ , с которого из точки 4 должен начаться рост численности населения, чтобы по траектории ломаной кривой  $A'-2-D$  выйти на значения величин маркеров, лежащих на прямой  $CD$ . Разница между цифрами и есть величина потерь народонаселения в 30-х годах:

$$\Delta_{30} = 168 - 152,5 = 15,5 \text{ (млн чел.)}$$

Расстояние между точками 1 и 2 примерно пять лет и два месяца. На этот период приходятся основные потери народонаселения 30-х годов, хотя фиксируются они в диапазоне с 1930 по 1937 год, что видно по отклонению на рис. 5.2 траекторий роста численности населения от прямых  $AB$  (круговые маркеры выше отметки 157,4) и  $CD$  (круговые маркеры ниже отметки 162,5).

Дополнительные пояснения к графическим построениям на рис. 5.2. Чтобы оценивать потери народонаселения по степени искажения формы кривой роста, можно было бы восстановить перпендикуляр из точки 2, лежащей на пунктирной прямой на уровне 160, до пересечения его с продолженной

вверх пунктирной прямой  $C'D'$ . Расстояние от точки пересечения перпендикуляра с прямой  $C'D'$  до точки 2 показывало бы величину потерь народонаселения. А можно было бы опустить перпендикуляр из точки 1 до пересечения с идущей вниз от точки 2 прямой  $A'B'$ . Расстояние от точки 1 до точки пересечения перпендикуляра с прямой  $A'B'$  показывало бы величину потерь народонаселения.

Однако параллельные прямые  $AB$  и  $A'B'$ , что ниже уровня 160, имеют меньшую крутизну ( $\Delta_{II} = 2,9$ ), чем параллельные прямые  $C'D'$  и  $CD$  ( $\Delta_{III} = 3,0$ ), что выше уровня 160, поэтому расстояние по вертикали между  $AB$  и  $A'B'$  меньше, чем между  $C'D'$  и  $CD$  и мы бы получили различающиеся значения численности потерь. Чтобы получить усредненное значение численности как среднее значение расстояний по вертикали между составными (ломаными) кривыми  $A-1-D'$  и  $A'-2-D$ , мы вертикальную прямую 3–4 провели посередине между точками 1 и 2 (расстояния от прямой 3–4 до точек 1 и 2 показаны одинаковыми и равными  $a$  на графике) и продлили ее в обе стороны до пересечения с пунктирными прямыми  $C'D'$  и  $A'B'$ . Расстояние между точками пересечения и есть величина потерь.

### Существующие оценки потерь 30-х

Литературы, посвященной голоду 1932–1933 годов, существует масса. Величины оценок потерь населения колеблются в широких пределах.

Историк и демограф Сергей Максудов (настоящее имя — Александр Петрович Бабеньшев; 1938–) в своей статье «Некоторые проблемы оценки потерь населения в годы коллективизации» отмечает, что Роберт Конквест получает 14,5 млн погибших, а Франк Лоример, оценивавший потери по тем же самым советским данным, получает 5,5 млн человек [112; с. 143]. Оценка потерь самим Максудовым [112; с. 150]:

«Коррекция переписей ... существенно меняет представление о размерах потерь населения в 30-е годы. < ... > С найденной поправкой они возрастают до 11 167 тыс. человек».

Англо-американский историк и писатель, специалист по истории СССР Роберт Конквест (George Robert Acworth Conquest;

1917–2015) в своей книге *«The Harvest of Sorrow: Soviet Collectivization and the Terror-Famine»* (Жатва скорби: Советская коллективизация и террор голодом), в частности, пишет о трех простых из возможных подходов к оценке потерь народонаселения в 30-х годах [10; с. 300]. Один из них заключается в следующем: фактическая численность населения СССР на начало 1937 года в статистическом сборнике *«Население СССР (численность, состав и движение населения). 1973»* указана равной 163,772 млн человек [118; с. 7]; [10; с. 300]. Ожидаемая численность, принимая во внимание только нижние оценки, сделанные в прежние годы советскими статистиками, а также согласно оценкам современных демографов, должна бы быть равной примерно 177,3 млн человек [10; с. 300]:

«The total, in the lower projections made over previous years by Soviet statisticians, and on the estimates of modern demographers, should have been about 177,300,000».

Разница  $177,3 - 163,772 \approx 13,5$  млн человек и есть потери народонаселения.

Другой подход сводится к тому, чтобы к цифре приблизительно подсчитанного на 1 января 1930 года населения 157,6 миллионов человек добавлять последовательно величину ежегодного прироста 3 млн человек — на основании заявления правителя-диктатора СССР Сталина, сделанного им в 1935 году, о том, что «годовой прирост населения составляет три миллиона». При таком приросте на начало 1937 года должно бы быть 178,6 млн человек [10; с. 300], что дает величину потерь в таком случае  $178,6 - 163,772 \approx 14,8$  млн человек.

Замечание: Андреев с соавторами указывают 157,432 млн человек на 1 января 1930 года и 162,5 млн человек на начало 1937 года [92; с. 118]; ежегодный прирост у нас для фрагмента II, как показано выше, получился равным 2,9 млн человек, а для фрагмента III — равным 3,0 млн человек; продление прямой *C'D'* на рис. 5.2 вверх до 1937 года дает величину численности 178,5 млн человек, что практически совпадает с цифрой 178,6 млн человек у Конквеста.

Еще один вариант — воспользоваться информацией доктора экономических наук, профессора Владимира Никоновича Старовского (1905–1975), который был управляющим, а затем

начальником Центрального статистического управления СССР почти 35 лет — с марта 1941 по август 1975. Старовский назвал применительно к 1937 году цифру Госплана в 180,7 миллиона человек и сравнивал ее с цифрой переписи в 164 миллиона. Таким образом, Старовский фактически определял потери равными  $180,7 - 164 = 16,7$  млн человек [10; с. 300]:

«... Starovsky implies a deficiency of 16.7 million».

Конквест, следуя принятой им практике исчисления, принимает минимальное значение потерь — 13,5 млн человек. В это число включены и «неродившиеся» — те, кто не появился на свет в результате смерти родителей, их разлуки и тому подобное [10; с. 301].

Итог раскулачивания и голода Конквест оценивает величиной потерь в 14,5 млн человек [10; с. 301]:

«... which would make the total peasant dead as a result of the dekulakization and famine about 14.5 million».

В 1974-м году кандидат физико-математических наук Иосиф Гецелевич Дядькин (1928–2015) написал исследовательскую работу «*Статисты*», потом делал уточнения. Последний вариант датируется 1976-м годом. Этот вариант был опубликован в Америке в виде отдельной книги «*Unnatural Deaths in the USSR, 1928–1954*» (Неестественная смертность в СССР, 1928–1954) [14]. В результате анализа, проведенного в работе, Дядькин сделал выводы о потерях населения в СССР, замалчиваемых советской властью. В частности, работа содержала анализ потерь населения СССР в период коллективизации и массовых репрессий. Дядькин отмечал [14; с. 25]:

«If we assume that the average annual natural population increase in 1929–36 was the 3.1–3.2 million attained in 1927–28, by 1937 we arrive at a population deficit of at least  $3.2 \times 8 - 10.4 = 15.2$ . That is, 15 million people were lost, most of whom were peasants, their wives and children, and the clergy».

(Если полагать, что среднегодовой естественный прирост населения в 1929–1936 годах составлял 3,1–3,2 млн,

как в 1927–1928 годах, то к 1937 году мы получаем дефицит населения не менее  $3,2 \times 8 - 10,4 = 15,2$ . То есть погибло 15 миллионов человек, большинство из которых были крестьянами, их женами и детьми, а также духовенством.)

Никакими демографическими данными, кроме опубликованных в открытой печати, Дядькин не пользовался, оценки давал осторожные, по нижнему пределу [14; с. 60]:

«I wish to emphasize that all calculations are conservative and are based on official demographic data which was subject to censorship».

(Я хочу подчеркнуть, что все расчеты являются консервативными и основаны на официальных демографических данных, прошедших цензуру.)

Несмотря на то, что Дядькин в своей научной работе использовал открытые демографические данные, опубликованные в официальной советской печати, он в 1980 году был осужден и отбыл три года наказания в лагерях за очернение советской действительности.

Кандидат исторических наук Евгений Юрьевич Баранов (1976–) в своем докладе «*Демографические последствия голода начала 1930-х годов в СССР (историографический аспект)*», представленном на V Уральском демографическом форуме в 2014 году, приводит таблицу оценок числа жертв голода различными авторами [94; с. 255, *Таблица 1*]. Минимальные оценки числа жертв в таблице — 2–3 млн человек (Б. Андерсон и Б. Сильвер, 1985), 2,7 млн человек (Б. Урланис, 1974), максимальные значения —  $9,8 \pm 3$  млн человек (С. Максудов, 1982), 7,2–10,8 млн человек («*Население России в XX веке*», 2000).

Обращаем внимание читателя, что необходимо различать, когда речь идет о жертвах (о конкретном числе погибших), а когда о потерях народонаселения.

Можно выполнить графическую реконструкцию хода событий или вычислить потери населения для какой-либо части империи или СССР — определить, например, потери 30-х годов для Украины или России.

## Потери Украины в 30-е годы

Потери народонаселения Украины в 30-х годах можно определить таким же способом, как и для СССР 30-х годов на рис. 5.2. Так же, как и для СССР, представим рост численности населения Украины в виде двух фрагментов. Для каждого из фрагментов необходимо иметь статистические данные о росте численности населения или хотя бы по одной достаточно достоверной величине численности за какой-либо год. Имея по одной опорной точке для каждого из фрагментов с информацией о численности населения и представление о том, с какой скоростью увеличивалось население на протяжении каждого из фрагментов, можно определить величину потерь народонаселения за рассматриваемый период.

### Выбор скорости роста

Украина, как и остальные территории и государства, будучи в составе Российской империи, а затем и в составе Советского Союза, испытывала на себе в той или иной мере действие всех тех пертурбаций, что имели место в империи и СССР. То есть процессы, происходящие в различных частях империи и СССР имели ту или иную степень корреляции между собой. В частности, процесс роста численности населения Украины — траектория и скорость роста — в той или иной степени коррелировал с процессом роста населения в рамках всей империи, всего СССР или их частей.

Численность населения СССР, согласно переписи населения 17 декабря 1926 года и переписи 6 января 1937 года, составляла 146 989 460 и 162 039 470 человек соответственно [100; Вып III, с. 3], [101; с. 47], а численность населения Украины составляла 29 020 304 и 28 387 609 человек соответственно [100; Вып III, с. 5], [101; с. 45].

Население части регионов СССР — азиатских республик СССР, например, — увеличивалось быстрее, чем население Украины, а у части регионов — медленнее. Поэтому можно принять коэффициент общего прироста численности населения Украины таким же, как и у фрагментов II и III для СССР на рис. 5.2. Линейная скорость роста численности населения СССР ранее определена нами на графике рис. 5.2 равной 2,9 млн человек в год для фрагмента II и 3,0 млн человек в год

для фрагмента *III*. При равенстве коэффициентов прироста численности СССР и Украины, линейным скоростям 2,9 и 3,0 млн чел./год на уровне численности СССР будут соответствовать линейные скорости роста 0,58 и 0,6 млн чел./год на уровне численности населения Украины — чтобы обеспечить тот же, что и для СССР коэффициент прироста для Украины.

Построенный в соответствии с изложенными соображениями график роста численности населения Украины представлен на рис. 5.3.

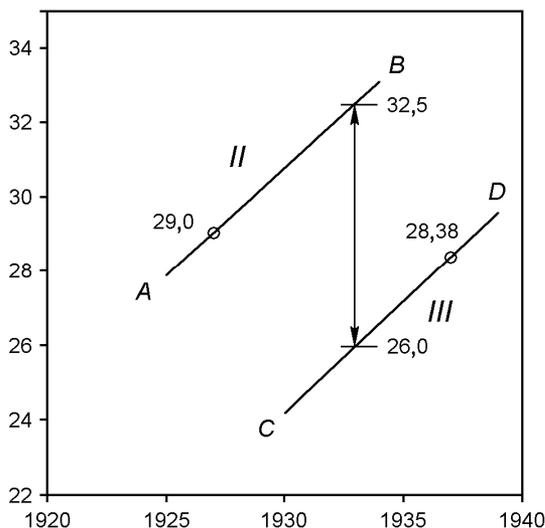


Рис. 5.3. Расчет потерь народонаселения Украины в 30-е годы

Цифры 29,0 и 28,38 возле круговых маркеров показывают численность населения Украины в миллионах человек согласно переписей 1926 и 1937 года, пересчитанную на 1 января 1927 года и 1 января 1937 года. Прямые *AB* и *CD* фрагментов II и III, проходящие через опорные точки 29,0 и 28,38, — это траектории роста численности населения с линейной скоростью роста 0,58 и 0,6 млн человек в год.

Расстояние по вертикали между прямыми *AB* и *CD* на начало 1934 года, равное

$$\Delta_{30-у} = 32,5 - 26,0 = 6,5 \text{ (млн чел.)},$$

и есть потери народонаселения Украины в 30-х годах.

Обе упомянутые переписи населения были проведены очень качественно [101; с. 5, с. 23], поэтому данные о численности населения, указанные в переписях, достаточно надежны. Если возможные коррекции, — например, на недоучет населения — сместят обе опорные точки, то, скорее всего, сместят одинаково, так что разность цифр (6,5 млн чел.) может и не измениться. Величина потерь может быть изменена в том случае, если будет скорректирована величина коэффициента общего прироста населения — величина линейной скорости роста у фрагментов *II* и/или *III*.

### **Потери России в 30-е годы**

Для построения графика динамики численности населения России в 30-е годы воспользуемся данными таблицы 5.5 труда «Демографическая история России: 1927–1959» авторов Е. М. Андреев, Л. Е. Дарский, Т. Л. Харькова. [93; Табл. 5.5]. График этот представлен на рис. 5.4. Данные Андреева и соавторов показаны круговыми маркерами. Как и ранее, на графике выделены два участка траектории — фрагменты *II* и *III*. Линейная экстраполяция фрагментов (вверх — для первой половины траектории и вниз — для второй) дает провал роста численности равный (на начало 1934 года на графике)

$$\Delta_{30-р} = 107,5 - 94,4 = 8,1 \text{ (млн человек)}.$$

То есть за время с 1930 по 1937 год потери народонаселения России составили 8,1 млн человек. Если бы не было искажений кривой роста, численность населения, вероятно, росла бы так, как показывает прямая *AB* для фрагмента *II* и достигла бы в 1934 году гипотетической (ожидаемой) численности 107,5 млн человек.

Из рис. 5.4 видно, что прямые *AB* и *CD* не параллельны и прямая *AB* круче, чем прямая *CD*. Это означает, что скорость роста численности населения на линеаризованном участке фрагмента *II* выше, чем на аналогичном участке у фрагмента *III* [93; Таблица 5.5], чего не должно быть при росте до точки перегиба по S-образной кривой. Видимо, на то были свои причины.

Так, во второй книге пятого тома пятитомника «Трагедия советской деревни. Коллективизация и раскулачивание. 1927–1939. Документы и материалы» доктор исторических наук, профессор Виктор Петрович Данилов (1925–2004) при-

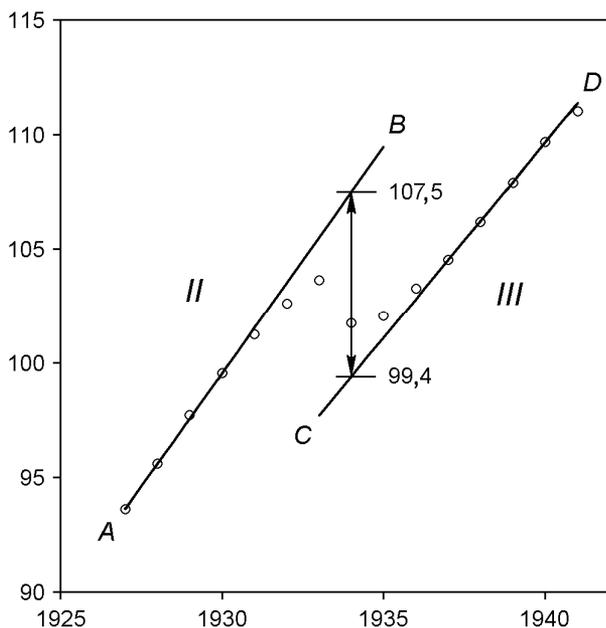


Рис. 5.4. Расчет потерь народонаселения России в 30-е годы

водит таблицу «Национальный состав арестованных за время с 1 октября 1936 г. по 1 июля 1938 г. и по приказу НКВД № 00447 с 5 августа 1937 г. по 1 июля 1938 г.» [141; с. 18]. Из таблицы видно, что за время с 1 октября 1936 года по 1 июля 1938 года было арестовано 46,3% процента русских, а с 5 августа 1937 года по 1 июля 1938 года было арестовано 58,3% русских из числа 1 420 711 млн человек арестованных лиц всех национальностей. Возможно это одна из причин того, что численность населения у фрагмента III росла медленнее, чем у фрагмента II.

## **Геноцид или не геноцид**

Украинцами голод 30-х годов трактуется как голодомор — искусственно организованный голод на территории Украины, а уменьшение численности населения Украины в результате голодомора трактуется как результат геноцида украинского народа. В ноябре 2006 года украинский парламент принял закон, объявляющий голодомор геноцидом украинского народа.

Точка зрения россиян: геноцида не было, а был голод как результат просчетов сталинской политики форсированной коллективизации. Голод охватил не только Украину, но и большие территории в России и Казахстане — это была общая трагедия, а не только Украины. Украине даже оказывалась помощь — завозилось большое количество хлеба. Так, в книге *«Современная российско-украинская историография голода 1932–1933 гг. в СССР»*, в материалах представленной в книге дискуссии «Дискуссия о голоде 1932–1933 гг. в СССР на страницах газеты “День”» [137; сс. 423–455], российский историк и политический деятель, заведующий кафедрой отечественной истории и методики преподавания истории Пензенского университета, доктор исторических наук, профессор Виктор Викторович Кондрашин (1961–) излагает свою собственную и российскую точку зрения относительно геноцида [137; с. 444, с. 256, с. 429]:

«Невозможно подтвердить на документальном уровне, что политика Сталина и его окружения в 1932–1933 гг. была нацелена на то, чтобы уничтожить украинский народ или его часть. В огромном комплексе документальных и иных источников на эту тему нет ни одного прямого подтверждения этому тезису, и это делает саму постановку вопроса о “геноциде”, на наш взгляд, просто абсурдной».

«... голод 1932–1933 гг. на Украине, так же как и в СССР в целом — это не геноцид, а скорее результат несовершенства созданной в годы коллективизации бюрократической системы управления экономикой, ...»

«Голод не выбирал народы. Геноцида отдельно взятого украинского народа не было, была общая трагедия

украинцев, русских и других народов нашей страны по вине тогдашнего руководства СССР».

И российские и украинские ученые согласны в том, что голод не был обусловлен какими-либо природными причинами. Так, Кондрашин приводит слова одного из самых авторитетных историков-аграрников, доктора исторических наук, профессора Ильи Евгеньевича Зеленина (1926–2004) [137; с. 52]:

«... И. Е. Зелениным опубликована монография ... Обращаясь к проблеме голода 1932–1933 гг., он ... заключает, что этот голод не был обусловлен какими-либо природными катаклизмами».

И здесь же слова Зеленина о геноциде [137; с. 52]:

«И если уж характеризовать голодомор 1932–1933 гг. как “целенаправленный геноцид украинского крестьянства”, на чем настаивают некоторые историки Украины, — заключает И. Е. Зеленин, — то надо иметь в виду, что это был геноцид в равной мере и российского крестьянства — Дона и Кубани, Поволжья, Центрального Черноземья, Урала, и особенно скотоводов и земледельцев Казахстана — крестьянства всех регионов и республик СССР».

Заведующий отделом истории 20–30-х годов XX столетия Института истории Национальной академии наук Украины, доктор исторических наук, профессор Станислав Владиславович Кульчицкий (1937–) излагает свою и украинскую точку зрения [137; с. 430]:

«... мы обязаны без устали убеждать сограждан и все человечество в том, что Голодомор был следствием террора голодом, т.е. геноцидом. Это наш долг перед всеми погибшими в голодных муках, перед их нерожденными детьми и внуками, перед нами самими».

Перед тем, как выяснять, что такое геноцид, посмотрим, как менялось процентное соотношение численности представителей славянских народов в Российской империи и в СССР — русских, украинцев и белорусов, а также евреев, как представителей народности без своей территории в пределах империи

и СССР (если не учитывать предоставленной евреям 7 мая 1934 года территории для проживания в необжитых местах на далеком востоке СССР со статусом Еврейская автономная область — территории, которую евреи так и не обжили).

Результаты сравнения численности представителей четырех национальностей приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1

### Национальный состав Империи и СССР

млн чел.\годы	1897	1959	1970	1979	1989
Всего:	125,64	208,827	241,72	262,08	285,743
Русские (% от Всего)	55,667 44,3%	114,114 54,6%	129,015 53,4%	137,397 52,4%	145,155 50,9%
Украинцы (% от русских)	22,38 40,2%	37,253 32,64%	40,753 31,59%	42,347 30,82%	44,186 30,44%
Белоруссы (% от русских)	5,885 10,57%	7,913 6,93%	9,052 7,0%	9,463 6,89%	10,036 6,9
Евреи (% от русских)	5,063 9,09%	2,268 1,99%	2,151 1,67%	1,81 1,32%	1,378 0,95%

Таблица составлена по данным переписей населения Российской империи 28 января (9 февраля по новому стилю) 1897 года и СССР 15 января 1959 года, 15 января 1970 года, 17 января 1979 года и 12 января 1989 года. Данные для таблицы можно взять из опубликованных материалов переписей или из статистических ежегодников, где основные результаты переписей также приводятся. Например, для 1897 года данные по национальному составу можно взять из таблицы XIII «Распределение населения по родному языку» второго тома издания *«Общій сводъ по Имперіи результатовъ разработки данныхъ первой всеобщей переписи населения»* 1897 года [120; Т. II, с. 2, с. 5, с.19].

В строке «Всего» таблицы 5.1 указана численность населения Империи и Советского Союза, ниже в соответствующих

строках приводится численность населения указанной национальности.

Цифра в процентах в графе «Русские (% от Всего)» в таблице 5.1 показывает численность русских относительно всей численности населения Российской империи или СССР. Численность украинцев, белоруссов и евреев в процентах указана относительно численности русских; в этом случае указанная в таблице — в графе «Русские (% от Всего)» — численность русских за соответствующие годы принимается за 100 %.

### Замечание

Кульчицкий в своей статье «*Трагічна статистика голоду*» (Трагическая статистика голода) в сборнике статей и документов «*Голод 1932–1933 років на Україні: очима істориків, мовою документів*» (Голод 1932–1933 годов на Украине: глазами историков, языком документов) обращает внимание на то, что при переписи населения в 1897 году население опрашивали по признаку «родной язык», при переписи 1920 года — по признаку «национальность», при переписи 1926 года — по признаку «народность», а при переписи 1939 года — по признаку «национальность»; поэтому данные переписей по этому пункту несопоставимы [103; с. 84]:

«Отож з цієї причини такі дані неспівставні».

По поводу переписи 1897 года можем заметить, что, хотя население опрашивали по признаку «родной язык», целью переписи было, как это прямо указано в пояснении «*Къ таблицамъ XIII, XIV, XV и XVI*», выяснить именно национальность населения [120; Т. II, с. I] (написание слов в приводимой цитате современное):

«... графа о родном языке при производстве переписи имела главною целью выяснить именно национальность населения ...».

Кроме того, в материалах самой переписи можно встретить отождествление понятия «родной язык» с национальностью. Так, во втором томе издания в пояснении «*Къ таблицамъ XIII, XIV, XV и XVI*» указывается [120; Т. II, с. III] (написание слов в приводимой цитате современное):

«Действительно, по данным переписи *русское* население Империи простиралось в 1897 г. до 83.933.567 д. о. п. (41.270.254 м.), что составляет 66,8% наличного населения».

Здесь «д. о. п.» означает «душ обоюго пола». Далее в пояснении указывается, что под термином «русское население» подразумеваются русские, украинцы и белоруссы [120; Т. II, с. IX] (написание слов в приводимой цитате современное):

«До сих пор шла речь о русском племени вообще. ... Под этим термином мы подразумеваем великоруссов, малороссов и белоруссов».

Цифра 83.933.567 – это сумма лиц русской, украинской и белорусской национальностей из таблицы XIII переписи [120; Т. II, с. 2].

Отметим от себя, что если кто-либо из лиц нерусской национальности и указывал русский язык в качестве родного, то это может свидетельствовать лишь о том, что численность лиц какой-либо конкретной национальности на самом деле могла быть только выше той, что указывалась по признаку «родной язык».

Поэтому, исходя из изложенного, мы считаем возможным использовать данные таблицы XIII переписи как данные о нижней оценке численности той или иной приводимой в таблице национальности.

Из таблицы 5.1 видно, что к 1959 году относительная численность русских в Империи и СССР выросла более, чем на 10%, а численность народов других национальностей уменьшилась. После 1959 года, при общем росте численности населения СССР, доля всех перечисленных в таблице национальностей уменьшалась, несмотря на прекращение репрессий в стране — уменьшалась за счет эффективного роста населения южноазиатских республик. Однако из таблицы 5.1 видно, что численность украинцев, белоруссов и евреев продолжала уменьшаться, хотя и с замедлением, относительно численности русских.

### **Помощь Украине**

Про помощь Украине Кондрашин пишет следующее [137; с. 25, с. 254]:

«Совокупный объем помощи составил 320 тыс. т зерна, из них в УССР и на Кубань было направлено 264,7 тыс., а все другие регионы вместе взятые, — 55,3 тыс. т. Данные факты убедительно опровергают теорию геноцида голодом Украины».

«Имеются документы, прямо говорящие, что в 1933 г. Сталин нередко санкционировал направление Украине зерна в ущерб российским регионам».

С помощью все понятно. Но несколько вопросов возникает.

Почему там, где хлеб не производился (например, в двух главнейших городах СССР — в Москве и Ленинграде), голода не было, а в местах, которые считались житницами СССР, то есть где этот хлеб выращивался, люди гибли от голода?

Кульчицкий пишет [137; с. 154]:

«Люди умирали на Украине от искусственного, спровоцированного действиями властей голода в течение всех этих двух лет. Но исследователь должен определить грань, которая отделяет смерть от голода, от убийства голодом. В первом случае голод был достаточно неприятным для Кремля побочным следствием его политики, и по мере возможности власть принимала меры для спасения голодающих. Во втором случае, т.е. за этой гранью, голод специально организовывался с расчетом лишить жизни определенное количество людей».

Если зерно завозилось в виде помощи Украине, то почему его не оказалось в местах, где урожай был выращен и собран?

Кульчицкий пишет [137; с. 155]:

«Голод первой половины 1932 г. на Украине был явно нежелательным для власти явлением. ... Союзные ведомства впервые согласились выделить помощь голодающим только 19 апреля. ... Оказалось, однако, что значительных резервов нет и в союзных ведомствах, а тратить неприкосновенный фонд на текущие нужды, пусть даже на спасение крестьян от голодной смерти, Сталин не желал».

Видимо, хлеб из Украины все же вывезли. И если помощь Украине оказывалась, почему погибло столько народа?

Догадывались ли руководители страны о том, что если людей лишит пищи, то они умрут от голода? Если нет, то тогда их действия можно расценивать как результат «несовершенства бюрократической системы управления», а если догадывались, значит умышленно уничтожали людей. И объяснение в этом случае может быть лишь одно: крестьян при удобном случае показательно наказали голодом за противодействие режиму — за противодействие коллективизации и в назидание оставшимся в живых, а после того, как часть их уморили голодом, оставшимся в живых начали оказывать помощь — чтобы в основной житнице СССР было кому пахать, сеять и убирать урожай. Почему не жалели людей? А кто их вообще жалел в стране коммунистов при нескончаемых репрессиях? К тому же коммунисты рассчитывали, что укрупненные хозяйства (колхозы) будут эффективнее мелких и для них, следовательно, потребуется меньше работников.

### **Сопоставление потерь**

Как видно из графиков рис. 5.3 и рис. 5.4, и Украина, и Россия пострадали от правящего режима, причем потери России выше, чем Украины: 8,1 миллиона человек против 6,5 миллионов. На остальные республики приходится

$$\Delta_{30.} = \Delta_{30} - (\Delta_{30-р} + \Delta_{30-у}) = 15,5 - (8,1 + 6,5) = 0,9 \text{ (млн чел.)}$$

Из числа потерь 0,9 млн человек, потери из-за репрессий распределены более или менее равномерно по республикам, а потери от голода приходятся практически целиком на Казахстан [137; с. 40–42, с. 278].

Процент потерь народонаселения 6,5 миллионов человек от гипотетической численности населения Украины 32,5 миллионов человек (отметка 32,5 на рис. 5.3) составляет 20%. Процент потерь народонаселения 8,1 миллионов человек от гипотетической численности населения России 107,5 миллионов человек (отметка 107,5 на рис. 5.4) составляет 7,53%. Гипотетическая численность в обоих случаях — это та численность, которую имели бы республики на дату определения потерь на графиках при линейной экстраполяции численности населения вверх. Из сопоставления потерь видно, что погиб каждый пятый житель Украины и каждый тринадцатый — России.

Цифра 6,5 млн человек включает не только украинцев, а цифра 8,1 млн человек включает не только русских — жертвы были среди всех проживавших на территориях, охваченных голодом. В частности, в охваченных голодом районах России проживало много украинцев. На Кубани, например, в отдельных местах численность украинцев составляла 75–90% местного населения. По данным переписи населения Российской Империи в 1897 году на Кубани проживало 42,6% русских и 47,4% украинцев [120; Т. II, с. 38, с. 55]. Заметная часть украинцев проживала на севере Казахстана и в Поволжье. Так что цифры потерь с учетом национальности заморенных голодом в России и в Украине могут дать иное соотношение погибших — процент погибших украинцев увеличится.

Если уж говорить о геноциде голодомором, можно взглянуть на проблему несколько шире.

## ***Империи***

Земли Украины — одни из самых плодородных в мире. Географическое положение и климатические условия лучше, чем у России. Численность украинцев при таких условиях должна была возрастать быстрее, чем русских. Почему происходило все наоборот, как видно из Таблицы 5.1? Почему численность нации, живущей в лучших условиях и на таких плодородных землях, сокращалась относительно численности русских (титულიной, господствующей нации)? Потому, что для этого создавались определенные условия. Принцип и цели любой империи: присоединение территорий и ассимиляция завоеванных народов. Либо их уничтожение. Завоеванный народ — раб завоевателя.

Нахождение одного народа в составе империи под властью другого — уже автоматически геноцид: подвластный народ лишен права на самоопределение вплоть до выхода из состава империи, насильно удерживается в составе империи (государства-завоевателя) и постепенно, непрерывно ассимилируется.

Первым заговорил о геноциде Рафаэль Лемкин — первым потому, что до него не существовало слова «геноцид» — он автор этого термина. В 1953 году Лемкин выступал на одном из мероприятий в память голодомора в Нью-Йорке и в своем

выступлении привел классический пример советского геноцида. В качестве классического объекта геноцида Лемкин назвал Украину. В своей речи Лемкин использовал рукопись своей статьи «*Советский геноцид в Украине*». В 2009 году издательство «Майстерня книги» (г. Киев) издало эту статью в переводе на 28 языков мира. Вступительное слово написал тогдашний президент Украины Виктор Ющенко [127]. В ноябре 2015 года статью «*Советский геноцид в Украине*» в России включили в Федеральный список экстремистских материалов под номером 3151,<sup>35</sup> что означает, что на территории России запрещено распространение, производство и хранение этой статьи.

### Рафаэль Лемкин

Рафаэль Лемкин (польск. Rafał Lemkin, англ. Raphael Lemkin; 1900–1959) — польский и американский юрист, автор предложенного им и представленного в 1943 году<sup>36</sup> термина «геноцид», автор проекта документа ООН о предупреждении и наказании преступления геноцида и последовательный лоббист проекта. На основе проекта Лемкина, Генеральная Ассамблея ООН в 1948 году приняла документ под названием «*Конвенция о предупреждении преступления геноцида и наказании за него*» [11], [108]. В Статье II документа дается следующее определение геноцида [108; с. 292]:

«В настоящей Конвенции под геноцидом понимаются ... действия, совершаемые с намерением уничтожить, полностью или частично, какую-либо национальную, этническую, расовую или религиозную группу как таковую».

---

<sup>35</sup> 3151. Печатная продукция Рафаэль Лемкин: радянський геноцид в Україні (стаття 28 мовами) / Редактор Роман Сербин, Київ: Майстерня книги, 2009. — 208 с. (Рафаэль Лемкин: советский геноцид на Украине (статья на 28 языках)) (решение Мещанского районного суда города Москвы от 20.05.2015). // Федеральный список экстремистских материалов.

[http://minjust.ru/ru/extremist-materials?field\\_extremist\\_content\\_value=&page=15](http://minjust.ru/ru/extremist-materials?field_extremist_content_value=&page=15) (по состоянию на 2017 год)

<sup>36</sup> см. PREFACE, с. xi (про термин “genocide”), с. xv (November 15, 1943 — дата написания PREFACE) в книге: Lemkin, Raphaël. *Axis Rule in Occupied Europe: Laws of Occupation; Analysis of Government; Proposals for Redress*. — Washington, D.C.: Carnegie Endowment for International Peace, 1944. — xxxviii + [1] + 674 p.

Самого факта насильственного удержания одного государства в составе другого — Украины, например, в составе империи, или факта явного снижения численности населения Украины на протяжении существования ее в составе империи достаточно для подтверждения наличия геноцида по отношению к Украине. Голодомор лишь частный случай в осуществляемой непрерывно имперской политике геноцида — его наиболее бесчеловечный и наиболее заметный факт.

Лемкин был первым из специалистов по международному праву, который определил преступления сталинского режима против украинского народа, как геноцид. В своей статье он писал [127; с. 62]:

«Массовое истребление народов и наций, которым характеризовалось продвижение Советского Союза в Европу, не является новой чертой его политики экспансионизма, не является новой идеей, направленной просто на создание единообразия из многообразия: поляков, венгров, прибалтов, румын, ютящихся сейчас на окраинах империи. Напротив, это — долгосрочная внутренняя политика Кремля, имевшая многочисленные прецеденты и в царской России. < ... >

То, о чем я хочу сказать, возможно, является классическим примером советского геноцида, самого долгого и широкомасштабного эксперимента по русификации, а именно — уничтожения украинской нации».

Итальянский историк и экономист, профессор Андреа Грациози (Andrea Graziosi; 1954–) по поводу голодомора пишет следующее [23; с. 106–107]:

«*Was there also a Ukrainian genocide? The answer seems to be no if one thinks of a famine conceived by the regime, or — this being even more untenable — by Russia, to destroy the Ukrainian people. < ... > keeps in mind that one is therefore dealing with the loss of approximately 20 to 30 percent of the Ukrainian ethnic population; remembers that such a loss was caused by the decision, unquestionably a subjective act, to use the Famine in an anti-Ukrainian sense < ... > I believe that the answer to our question, "Was the Holodomor a genocide?" cannot but be positive*».

(Имел ли место украинский геноцид? Ответ, как представляется, должен быть отрицательным, если полагать, что голод был задуман режимом, или — что является еще более несостоятельным — Россией, чтобы уничтожить украинский народ. < ... > учитывая потери приблизительно от 20 до 30 процентов украинского этнического населения; помня, что такая потеря была вызвана решением, несомненно, сознательным, чтобы использовать голод в антиукраинских целях < ... > я думаю, что на вопрос «Являлся ли голодомор геноцидом?» нельзя не ответить утвердительно.)

### 40-е (1941-1949)

Выделим фрагмент *IV* и нижнюю часть фрагмента *V* — от его начала до 1959 года. Фрагменты представлены на графике рис. 5.5. Круговые маркеры — данные Андреева и соавторов.

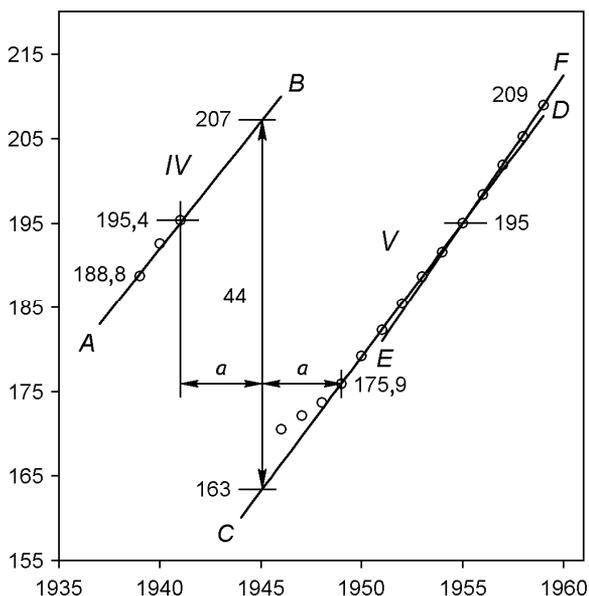


Рис. 5.5. Расчет потерь народонаселения СССР в 40-х годах

Данные фрагмента  $V$  хорошо выравниваются по прямым  $CD$  и  $EF$  — так, как это показано на рис. 5.5. Линейная скорость  $\Delta_V$  роста численности населения фрагмента  $V$  на участке прямой  $CD$  от 175,9 (на 1 января 1949 г.) до 195 (на 1 января 1955 г.) равна

$$\Delta_{V(CD)} = (195,007 - 175,954) : 6 = 3,1755 \text{ (млн чел./год)},$$

а на участке от 195 до 209 прямой  $EF$  равна

$$\Delta_{V(EF)} = (209,035 - 195,007) : 4 = 3,507 \text{ (млн чел./год)}.$$

Цифры численности населения взяты из книги Андреева с соавторами [92, с. 118].

Выравнивать по прямой набор данных фрагмента  $IV$ , состоящих всего из трех точек, рискованно — можно получить большую ошибку, так как ряд динамики слишком короткий. Так, выравнивание по прямой, проходящей через точки 188,8 и 195,4 графика дает следующую линейную скорость  $\Delta_{IV}$  роста численности населения фрагмента  $IV$ :

$$\Delta'_{IV(AB)} = (195,392 - 188,794) : 2 = 3,3 \text{ млн чел./год}$$

(это на уровне численности населения СССР порядка 190 млн человек, а не на уровне порядка 160 млн человек, как ранее у фрагментов  $II$  и  $III$ ).

Если исходить из концепции S-образного развития, то значение скорости роста  $\Delta'_{IV(AB)}$  не может быть больше значения скорости роста  $\Delta_{V(CD)} = 3,1755$  млн чел./год последующего фрагмента  $V$ , поскольку кривая роста, как видно из рис. 5.1, имеет точку перегиба в середине фрагмента  $V$  и до этой точки крутизна последующего участка траектории роста больше предыдущего.

Фрагмент  $IV$  следует непосредственно за фрагментом  $III$ , а расстояние по горизонтали между точками 195,4 и 175,9 графика, принадлежащих фрагментам  $IV$  и  $V$ , составляет 8 лет:  $a + a = 1949 - 1941 = 8$ . Поэтому примем для фрагмента  $IV$  значение скорости роста

$$\Delta_{IV(AB)} = 3,0 \text{ (млн чел./год)}.$$

Способ расчета потерь в данном случае отличается от приведенного на рис. 5.2: мы не смещали прямую  $AB$  вправо, а

прямую  $CD$  влево, а продлили их так, чтобы проведенная на одинаковом расстоянии от точек 195,4 и 175,9 (как показывают отрезки длиной  $a$  на рис. 5.5) вертикальная прямая пересеклась с прямыми  $AB$  и  $CD$ .

Разность — расстояние  $\Delta_{40} = 207 - 163 = 44$  (млн человек) и есть потери народонаселения с 1941 по 1949 год — из-за войны, послевоенного голода и их последствий.

При использованном методе расчета потерь положение верхней точки 207 оказывается ниже, чем в случае, когда значение верхней точки определяется пересечением смещенной влево более крутой прямой  $CD$  с вертикальной прямой. Но и положение нижней точки 163 оказывается также ниже, чем было бы в случае пересечения со смещенной вправо менее крутой прямой  $AB$  с вертикальной прямой. В результате разность  $\Delta_{40} = 44$  между точками в обоих случаях оказывается одной и той же.

В дополнение необходимо отметить, что увеличение темпов роста численности населения в какой-то мере действительно имело место после присоединения к СССР в 1939 году части территорий на западе. Как отмечает Урланис в своей статье «Динамика уровня рождаемости в СССР за годы советской власти» [144; с. 9], «... большая часть населения территорий, позднее вошедших в состав СССР, проживала на территории Польши, где рождаемость была более высокой, ...». Однако эффект этот был кратковременный и, как видно из *Таблицы 3* и графика рис. 1 статьи Урланиса, заметного влияния на темпы роста численности населения в границах СССР не оказал, а после 1939 года коэффициент рождаемости населения СССР резко понизился [144; *Таблица 3* (с. 12), с. 18]. Если принять значение  $\Delta'_{IV(AB)} = 3,3$ , то есть более крутой ход прямой  $AB$ , общие потери окажутся, естественно, более высокими, чем 44 миллиона.

## Существующие оценки потерь 40-х

Со времени окончания второй мировой войны и до настоящего времени, как в России, так и за рубежом, сделано множество оценок потерь из-за войны. Диапазон оценок достаточно велик. Демограф, социолог и экономист, доктор экономических наук, профессор Леонид Леонидович Рыбаковский

(1931–) в своей книге «*Людские потери СССР и России в Великой отечественной войне*» приводит таблицу, из которой видно, что разброс мнений авторов относительно величины потерь образует диапазон оценок от 7 до 46 млн человек [132; с. 25–26, Таблица 1.1]. В таблице три десятка фамилий, среди них пять руководителей бывшего Советского государства. Наименьшая цифра потерь 7 миллионов — официальная позиция СССР 50-х годов. Наибольшие цифры потерь приводят О. Лебедев (35–37 млн чел.), Б. Соколов (43,3 млн чел.), И. Курганов (44 млн чел.) и С. Иванов (46 млн чел.).

В коллективном труде «*Демографическая модернизация России, 1900–2000*» приведена Таблица 19.9 с оценками некоторыми авторами величины потерь СССР во второй мировой войне [104; с. 441]. Разброс оценок величины потерь в таблице — от 15 млн человек (В. Гривенко) до 44 млн человек (И. Курганов).

Дядькин приводит таблицу, где сравнивает гипотетическую численность населения СССР с фактической в диапазоне 1925–1950 годов [14; с. 59]. Гипотетическая численность населения (*Hypothetical population*) на 1940 год определена им равной  $194 + 20 = 214$  миллионов человек, численность на 1945 год — 235 миллионов. Прирост  $\Delta_H = 235 - 214 = 21$  (млн чел.). Цифра 20 — увеличение численности СССР за счет аннексии территорий в 1939 году. Фактическая численность населения (*Actual population*) составляла  $174 + 20 = 194$  (млн чел.) в 1940 году, а в 1945 году — 165 млн человек. Фактические потери  $\Delta_A = 165 - 194 = -29$  (млн чел.). То есть вместо увеличения численности на 21 млн человек население сократилось на 29 млн человек. Потери народонаселения составили, таким образом, 50 млн человек.

### **Численность на начало войны и после**

От численности населения на начало и конец войны зависит величина потерь народонаселения за военный период. Информация о существующих вариантах оценок предвоенной и послевоенной численности населения есть, например, у Рыбаковского [132; Раздел 1, Глава 4]. После выборки данных из работ различных авторов Рыбаковский приводит следующие минимальные и максимальные оценки численности населения

СССР на начало 1941 года и на начало 1946 года [132; с. 50, с. 54, Таблицы 1.2, 1.3 и 1.4]:

1941 год: 195,4–198,7 млн человек;

1946 год: 167,0–170,55 млн человек.

Андреев с соавторами оценивают численность населения на середину 1941 года в 196,716 млн человек, а численность на начало 1946 года — в 170,548 млн человек [92; с. 74].

### 20-е (1918-1923)

Выделим фрагменты *I* и *II* графика рис. 5.1. Выделенные фрагменты представлены на рис. 5.6.

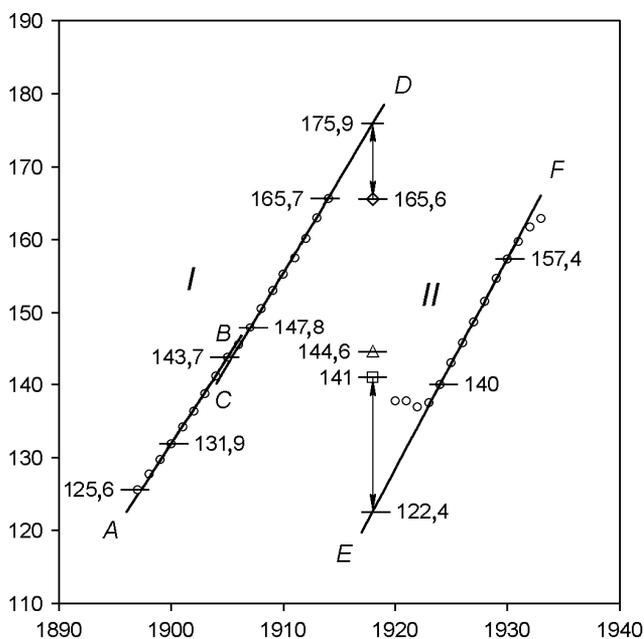


Рис. 5.6. Расчет потерь народонаселения в 20-х годах

Круговые маркеры — данные Сифман за 1897–1914 годы в границах российской империи [136; с. 80] и данные Андреева

с соавторами за 1920–1933 годы в границах СССР до 17 сентября 1939 года [92; с. 118].

Ряд динамики с 1897 года по 1914 год, представленный Сифман, — фрагмент *I*, маркеры от 125,6 до 165,7 на графике рис. 5.6 — можно разбить на два участка: до начала русско-японской войны в 1904 году и после окончания войны в 1905 году. Из рис. 5.6 видно, что ряды динамики участков хорошо выравниваются по прямым *AB* и *CD*. Линейная скорость роста численности населения по прямой *AB* равна

$$\Delta_{I(AB)} = (143,7 - 131,9) : 5 = 2,36 \text{ (млн чел./год)},$$

а для прямой *CD* равна

$$\Delta_{I(CD)} = (165,7 - 147,8) : 7 \approx 2,56 \text{ (млн чел./год)}.$$

Период с 1914 года по 1924 год — сложный в плане оценок потерь народонаселения отдельно в войне 1914–1918 годов и отдельно — в гражданской войне 1918–1922 годов. На конечный этап первой мировой войны непосредственно накладываются такие события, как февральская революция 1917 года, затем октябрьская революция 1917 года, в результате которой на части Российской империи установилась власть большевиков (коммунистов). Размер территории империи постоянно менялся из-за боевых действий Германии и Российской империи.

Часть территорий в виде отдельных государств вышла из состава империи, заявив о своей независимости. С приходом к власти большевиков в стране началась гражданская война. Статистический учет во время мировой и гражданской войн был крайне неудовлетворительный. А для того, чтобы определить потери народонаселения при правлении большевиков, нужно знать численность населения на подконтрольной им территории на момент их прихода к власти в конце 1917 года.

Поскольку революция большевиков произошла близко к концу 1917 года, можно считать, что их ответственность за судьбы подвластной им части населения бывшей российской империи наступила с 1 января 1918 года и в границах подконтрольной им части бывшей российской империи.

Достоверных статистических данных по численности населения на 1 января 1918 года в каких-либо границах нет [125; с. 13]. Различные авторы приводят различающиеся данные.

Так, профессор Евгений Захарович Волков (1883–1942) в своей книге «Динамика народонаселения СССР за восемьдесят лет» в сводной таблице приводит цифру 140,9034 млн человек по состоянию на 1 января 1918 года в границах СССР 1930 года [99; с. 270]. На графике рис. 5.6 это квадратный маркер 141 в начале 1918 года.

В статистическом ежегоднике «Народное хозяйство СССР в 1961 году» [114; с. 7] приводится численность населения на начало 1917 года 143,5 млн человек и на начало 1919 года 138,0 млн человек. Линейная интерполяция дает следующую численность  $N$  на начало 1918 года:

$$N_{1918} = (143,5 + 138,0) : 2 = 140,75 \text{ (млн чел.)},$$

что примерно то же, что и у Волкова. Все данные приведены для территории в границах до 17 сентября 1939 года.

Если бы смещения части траектории не было, численность населения росла бы из точки 141 на графике так, как показывает прямая  $EF$  графика. То есть из точки 141 графика шла бы вверх наклонная прямая, параллельная прямой  $EF$ . Можно сказать и так: если бы потерь не было, численность населения росла бы из точки 122,4 на графике так, как показывает прямая  $EF$  графика. Именно наличие потерь сместило численность населения (траекторию роста) из точки 141 в точку 122,4. Величина этого смещения  $\Delta_{20} = 141 - 122,4 = 18,6$  (млн чел.) и есть потери народонаселения 20-х годов из-за последствий первой мировой войны, из-за гражданской войны, которая продолжалась вплоть до 1923 года, из-за эпидемий и голода и из-за проводимой большевиками политики. По времени это потери за шесть лет — от начала 1918 года (точка 141 графика) до начала 1924 года (точка 140 фрагмента  $II$  графика).

Пушкарёв определяет численность населения Российской Империи и СССР в границах до 17 сентября 1939 года такими цифрами на начало 1918 года [125; с. 13]:

« ... каким было население Российской империи на 1.1.1918 г.? < ... > Население на 1.1.1918 г. можно условно определить в 170,5 млн. Цифра требует уточнения. ... Всего от Российской Империи к прибалтийским странам, Польше, Румынии и Турции в 1918–20 гг. отошло 27,9 млн населения, но добавилось, вероятно, 2,4 млн

в бывших протекторатах Хивы и Бухары, которые царской статистикой не учитывались. Таким образом, население будущего СССР на 1.1.1918 г. можно определить в 145 млн».

В книге «*Первая мировая война, Гражданская война и восстановление: национальный доход России в 1913–1928 гг.*» [113], опубликованной в 2013 году (Е. Артемова, авторизованный перевод английской статьи Andrei Markevich & Mark Harrison «*Great War, Civil War, and Recovery: Russia's National Income, 1913 to 1928*» [46]), приводится численность населения на советской территории того времени — 144,585 млн человек на 1 января 1918 года [113; с. 15 (*Таблица 3*)] — треугольный маркер 144,6 на рис. 5.6 в начале 1918 года. В этом случае общая величина потерь народонаселения составит:

$$\Delta'_{20} = 144,585 - 122,4 = 22,185 \approx 22 \text{ млн человек.}$$

Маркевич и Харрисон в своей статье приходят к выводу, что Гражданская война стала для экономики страны куда более серьезной катастрофой, чем Первая мировая война.

Разница  $165,6 - 144,6 = 21$  (млн чел.) или  $165,6 - 141 = 24,6$  (млн чел.) на рис. 5.6 — это разница из-за учета населения в разных границах — в границах империи и в границах СССР до 17 сентября 1939 года.

### **Существующие оценки потерь 20-х**

Академик Российской академии естественных наук, доктор исторических наук, профессор Владислав Иванович Голдин (1951–) в своей монографии «*Россия в Гражданской войне*» пишет, что при оценке людских потерь разброс цифр в литературе колеблется в пределах от 8–10 до 20 млн. человек [102; с. 211].

Академик Юрий Александрович Поляков (1921–2012), историк, демограф, доктор исторических наук, профессор, автор главы V первого тома трехтомного коллективного издания «*Население России в XX веке: Исторические очерки*», по поводу потерь в гражданской войне пишет [117; Т. 1, Гл. V, с. 95]:

«Точные цифры потерь населения России в годы гражданской войны установить невозможно. <...> Тем не

менее, выводы и подсчеты, сделанные различными учеными на протяжении 80 лет, говорят о том, что в рамках научного подхода, несмотря на ряд существенных расхождений, выкристаллизовались достаточно близкие общие параметры, которые можно считать наиболее адекватно отражающими реальность. Это — показатели уменьшения населения России (в границах 1926 г., включая эмиграцию), определяемые в 11–15 млн человек, и показатели общих демографических потерь в амплитуде 20–25 млн.»

Доктор исторических наук, профессор Александр Игоревич Степанов (1955–) в своей статье «*Общие демографические потери населения России в период Первой мировой войны*» отмечает [138; с. 477]:

«Относительно периода гражданской войны советские историки исчисляли прямые потери населения в 8–13 млн. человек, общие потери в 21–25 млн. человек, а их зарубежные коллеги называли цифры, которые были в 2–3 раза больше<sup>11</sup>».

В ссылке 11 Степанов приводит несколько фамилий авторов и их оценки величины потерь народонаселения (общих потерь) в период гражданской войны [138; с. 483]:

«<sup>11</sup>*Поляков Ю. А.* Цена Гражданской ... Какова она? // Независимая газета. 1992. 12 марта (8–13 млн чел.); *Кожин В.* Поосторожнее с цифрами // Литературная Россия. 1990. 3 авг. (15 млн чел.); *Шелестов Д. К.* Историческая демография. М., 1987. С. 168 (20 млн чел. за 1914–1920 гг.); *Тополянский В.* Цена Гражданской // Независимая газета. 1991. 27 авг. (38 млн чел.); *Лебедев С.* Жертвы страны уходящего века // Вечерняя Москва. 1991. 8 авг. (25 млн чел.); Один из палачей России // Вече (Новгород). 1992. № 11 (40 млн чел.); *Денисенко М. Б., Шелестов Д. К.* Потери населения // Народонаселение. Энциклопедический словарь. С. 344 (21–25 млн чел. за 1914–1920 гг.) и др.»

Демограф и социолог, профессор Франк Лоример (Frank Lorimer, 1894–1985) в своем труде «*The Population of the Soviet*

*Union: History and Prospects*) (Население Советского Союза: история и перспективы) оценивает убыль населения в гражданской войне в 19,651 млн человек [38; с. 30].

Можно еще приводить оценки иных авторов — таких, например, как А. Боярский, С. Максудов, С. Струмилин, Б. Ц. Урланис, В. В. Эрлихман et cetera, а можно отослать читателя к труду Джонатана Смила (Jonathan D. Smele) «*The 'Russian' Civil Wars, 1916–1926: Ten Years That Shook the World*» («Российские» гражданские войны, 1916–1926: Десять лет, которые потрясли мир), в котором список литературы, имеющей отношение к гражданской войне, занимает почти 50 страниц книги [75; сс. 363–410].

### **10-е (1914–1918)**

Чтобы определить потери народонаселения с 1914 года по 1918 год из-за первой мировой войны, необходимо знать численность населения в границах российской империи до и после войны. Германия объявила войну России 1 августа 1914 года, а 3 марта 1918 года в Брест-Литовске представителями Советской России был подписан с Германией сепаратный мирный договор — Брестский мир. Пока шли переговоры о заключении мира, боевые действия не велись и уже в декабре 1917 года боевых потерь зафиксировано не было [131; с. 30, Таблица 22]. Поэтому можно считать, что численность населения по состоянию на 1 января 1918 года — это численность на конец войны.

Официально для всех воюющих сторон война закончилась 11 ноября 1918 года.

Волков в 1930 году [99; с. 270 (Сводная таблица)] приводит цифру 139,9127 млн человек на 1 января 1914 года и 140,9034 млн человек по состоянию на 1 января 1918 года в границах СССР 1930 года, то есть в границах до 17 сентября 1939 года. Прирост численности за четыре года, как видим, незначительный.

В более современной работе — в статье от 2011 года, ранее уже упоминавшейся нами, Маркевич и Харрисон приводят цифру 154,127 млн человек населения Российской империи без Финляндии и Польши на 1 января 1914 года и 154,057 млн человек на 1 января 1918 года [46; с. 678 (Table 3)], [113; с. 15

(Таблица 3)]. Цифра 154,127 млн человек не сходится с цифрой Сифман в 165,7 млн человек, в частности, из-за того, что Сифман приводит данные с учетом Польши, но без учета Финляндии. Из данных Маркевича и Харрисона видно, что население в 1918 году на конец войны уменьшилось незначительно относительно 1914 года:

$$154,057 - 154,127 = -0,072 \approx -0,1.$$

Поэтому мы цифру Сифман на начало войны 165,7 можем также уменьшить незначительно, чтобы получить численность на конец войны в границах империи — на графике рис. 5.6 это цифра 165,6 на начало 1918 года возле ромбовидного маркера. Отсюда потери народонаселения из-за первой мировой войны:

$$\Delta_{1914-1918} = 175,9 - 165,6 = 10,3 \text{ (млн чел.)}.$$

### **Существующие оценки потерь 1914-1918**

Степанов в своей статье пишет [138; с. 476], что общая численность населения Российской империи с Финляндией, Хивинским ханством, Бухарским эмиратом и Урянхайским краем на 1 января 1914 года составляла около 185,2 млн. человек. Если бы не было войны, социальных и природных катастроф, к 11 ноября 1918 года на указанной территории проживало бы 195,2 млн человек. Отсюда следует, что потери народонаселения из-за негативных факторов составляют 10 млн человек в указанных Степановым границах империи.

Франк Лоример оценивает убыль населения в первой мировой войне в 8,859 млн человек [38; с. 30].

### **Потери с 1914 года по 1949 год**

Для определения потерь за период от начала первой мировой войны в 1914 году до окончания влияния последствий войны и голода после второй мировой войны — до точки 175,9 на начало 1949 года на рис. 5.5 — используем фрагменты *I* и *V* графика рис. 5.1. Выделенные фрагменты *I* и *V* приведены на графике рис. 5.7.

Точки статистических данных на графике обозначены круговыми маркерами. Воспользуемся уже имеющимися у нас

результатами по выравниванию рядов динамики этих фрагментов.

Точки 1 и 2 на графике — это точки пересечения прямых  $AB$  и  $CD$  с пунктирной прямой на уровне 171 графика. От этой пунктирной прямой примерно одинаковое расстояние по вертикали до точки 165,7 на прямой  $AB$  и до точки 175,9 на прямой  $CD$ .

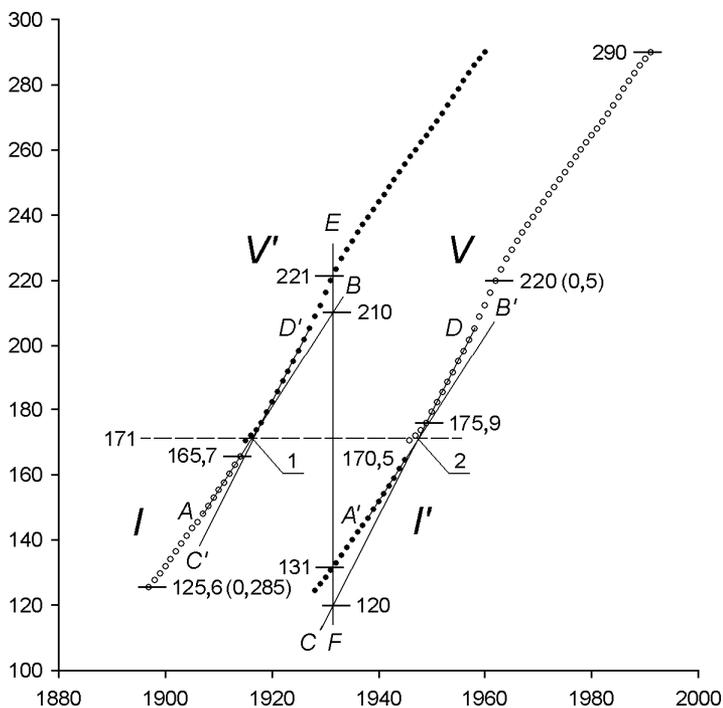


Рис. 5.7. Расчет потерь народонаселения с 1914 по 1949 годы

Вертикальная прямая  $EF$  проведена через середину расстояния между точками 1 и 2 графика.

Расстояние между точками 1 и 2 по времени составляет 31,5 года. Сместим на такое расстояние влево кривую роста численности населения фрагмента  $V$  и прямую  $CD$ . Прямая

$CD$  при этом пройдет через точку 1. Смещенная влево прямая  $CD$  — это прямая  $C'D'$  на рис. 5.7.

Сместим вправо на 31,5 года кривую роста численности населения фрагмента  $I$  и прямую  $AB$ . Прямая  $AB$  при этом пройдет через точку 2. Смещенная вправо прямая  $AB$  — это прямая  $A'B'$  на рис. 5.7. Перемещенные кривые показаны точечными маркерами на рис. 5.7.

Как видим, процесс роста численности населения в отсутствие помех, смещающих часть траектории по горизонтали, происходил бы, вполне вероятно, вначале по траектории кривой фрагмента  $I$ , а затем по траектории фрагмента  $V'$  (то есть по реконструированной кривой). Начальный (нижний, нелинейный) изгиб фрагмента  $V'$  нами не учитывается.

Можно сказать и так: чтобы происходил рост по траектории фрагмента  $V$ , он до этого в отсутствие помех должен был развиваться по траектории фрагмента  $I'$ .

Расстояние по вертикали между обеими составными траекториями  $\Delta_{I,V} = 221 - 131 = 90$  (млн чел.) и есть потери народонаселения в богатом событиями диапазоне с 1914 года по 1949 год. Точнее, это потери, выявленные только за счет устранения разрывов кривой роста численности населения.

Расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ , как видим, также равно 90 млн человек:

$$\Delta_{AB-CD} = 210 - 120 = 90.$$

Аналогичным образом можно реконструировать траектории роста численности населения других государств и определить величины потерь народонаселения Европы от войн, потери США в гражданской войне 1861–1865 годов, потери от Великой депрессии 1929–1939 годов etc.

## Проверка

Проверим, насколько величина общих потерь 90 млн человек за период 1914–1949 годов согласуется с потерями на отдельных участках этого диапазона.

Предварительно сделаем замечание относительно сопоставимости данных. Потери 20-х годов относятся только к территории, контролируемой большевиками. За пределами этой территории никакого кровопролития, никаких катаклизмов

не было. Поэтому можно считать, что потери 20-х годов будут практически теми же самыми что в границах до 17 сентября 1939 года, что в границах Российской империи, что в границах СССР. То же касается оценок потерь 10-х и 30-х годов. Потери 40-х в границах Российской империи будут несколько выше, с учетом потерь в войне 1941–1945 на той территории Польши, что входила в состав империи.

С учетом замечания, таблица потерь в границах СССР за период с 1914 по 1949 год как сумма потерь на отдельных участках указанного периода — это Таблица 5.2.

Таблица 5.2

### Потери 1914–1949 (в границах СССР)

Годы	Мин. (млн чел.)	Макс. (млн чел.)	Скорр. (млн чел.)
10-е	10,3	10,3	10,3
20-е	<b>18,6</b>	<b>22</b>	<b>20,2</b>
30-е	15,5	15,5	15,5
40-е	44	44	44
Всего	88,4	91,8	90,0

Колонки с данными потерь (в приводимой таблице) различаются лишь цифрами потерь за 20-е годы: 18,6 млн человек, если использовать приводимую Волковым цифру численности населения 140,9034 млн человек и 22 млн человек, если использовать приводимую Маркевичем с Харрисоном цифру 144,585 млн человек. Среднее значение суммарных потерь 88,4 и 91,8 (вторая и третья колонки таблицы) есть величина 90,1 млн человек, что практически совпадет с оценкой 90 млн человек в диапазоне в целом.

Поэтому, приводимые Волковым и Маркевичем с Харрисоном цифры численности населения 140,9034 млн человек и 144,585 млн человек по состоянию на 1 января 1918 года, мы усредним и примем численность населения равной, скажем,

142,6 млн человек. Тогда скорректированное значение потерь 20-х составит 20,2 млн человек (колонка «Скорр.» таблицы), что обеспечит суммарную величину потерь 90,0 млн человек, указанную в последнем столбце таблицы 5.2. Оценки численности населения на начало 1918 года наименее надежные из всех, потому мы их в первую очередь и скорректировали.

А будет ли сумма потерь на отдельных участках траектории роста внутри диапазона 1914–1949 равняться найденной нами величине потерь 90 млн человек для диапазона в целом? Да, будет, если линейные скорости роста численности населения на отдельных участках внутри исследуемого диапазона 1914–1949 не выходят за значения величин скоростей для участков, примыкающих извне к этому диапазону: будут не меньше, чем  $\Delta = 2,56$  млн чел./год, как на участке до 1914 года (Рис. 5.6), и не больше, чем  $\Delta = 3,1755$  млн чел./год, как на участке после 1949 года (Рис. 5.5). Этому условию скорости роста внутри указанного диапазона удовлетворяют.

### **Существующие оценки потерь 1914-1949**

Общепризнанных цифр потерь народонаселения за советский период истории нет. В литературе можно встретить максимальные оценки величины потерь порядка 100–110–120 млн человек.

Эдиев, например, в отношении только России, а не всего СССР, пишет [15; с. 297]:

«About 58% of possible population growth was lost due to socio-political disturbances; it constitutes 113 mln., i.e., more than 75% of present Russia».

(Из-за социально-политических потрясений было потеряно около 58% возможного прироста населения; это составляет 113 млн, т. е. более 75% нынешней России.)

По Дядькину выходит, что за период с 1926 года по 1950 год дефицит населения СССР составил 78 млн человек; то есть если бы не было репрессий и второй мировой войны, численность населения к 1950 году была бы на 78 млн выше фактической [14; с. 59]. С учетом потерь 10-х и 20-х годов из нашей таблицы 5.2, потери в диапазоне 1914–1949 годов в таком случае составят 108,5 млн человек.

Экономист и демограф, доктор экономических наук Иван Алексеевич Курганов (настоящая фамилия — Кошкин; 1895–1980) в своей небольшой статье «Три цифры» оценивает общие потери населения СССР за период с 1917 по 1959 год в 110,7 млн человек [110; с. 54]. Статья Курганова впервые была опубликована в 1964 году в газете «Новое русское слово» за 12 апреля (Нью-Йорк).

Оценки потерь порядка 100 млн человек многие считают совершенно нереальными, чрезвычайно завышенными. Рыбаковский, например, в первой главе «Домыслы и вымыслы о масштабах репрессий в СССР» своей книги «Политический террор 1937–1938 гг.», приводит фамилии авторов, чьи оценки потерь, по его мнению, являются домыслами и вымыслами; среди них упоминается и Курганов [133; сс. 14–15]:

«Первую группу, раньше всех сделавших оценки масштабов политических репрессий<sup>37</sup> в СССР, составляют зарубежные ученые, политики и наши бывшие граждане, покинувшие по разным причинам Советский Союз и оказавшиеся на Западе. Им принадлежит пальма первенства в распространении небылиц. < ... >

Курганов — это бывший советский доктор экономических наук по финансовой проблематике (заметим, что в то время в стране было немного докторов наук, тем более по экономическим наукам). Этот специалист по бухгалтерскому учету подсчитал, что общие людские потери СССР составили 110,7 млн. человек. Из них на войну приходится с учетом падения рождаемости 44 млн., остальные потери 66,7 — на годы гражданской войны и репрессий. Согласно оценкам И. Курганова с 1917 г. по 1959 г. (без военных потерь) только от голода и в лагерях погибло 55 млн. советских людей».

В отличие от Курганова и особенно Дядькина, которые свои цифры обосновывают расчетами и необходимыми пояснениями к ним, Рыбаковский никаких расчетов в подтверждение своих слов не приводит, потому убедиться в правомочности его высказываний не представляется возможным.

---

<sup>37</sup> здесь, видимо, опечатка; должно быть «репрессий» — *замеч. наше.*

## Точка перегиба

Примерно до 1962 года скорость роста численности населения росла: как можно заметить, крутизна всех прямых, по которым производилось выравнивание рядов динамики, от фрагмента к фрагменту увеличивалась. А после 1962 года скорость роста численности населения стала снижаться. Можем принять, что точка перегиба приходится на 1 января 1962 года при численности населения 220 миллионов человек. Точка перегиба показана на графике рис. 5.7 чертой с отметкой 220(0,5). Будем считать, что точка перегиба — по аналогии с точкой перегиба на рис. 1.1 — отмечает половину пути роста численности населения по S-образной траектории.

Точка перегиба может служить одной из опорных точек при совмещении логистической кривой и рассматриваемой нами реконструированной фактической кривой.

В качестве второй опорной точки может служить точка 125,6 (млн чел.), характеризующая величину численности населения по переписи 1897 года [136; с. 80], [120; Т. I, с. III, с. 1]. Если 220 млн человек в относительных единицах — это 0,5, то 125,6 млн человек — это 0,285.

## Совмещение

Результат совмещения реконструированной нами кривой (рис. 5.7) и логистической кривой показан на рис. 5.8. Реконструированная кривая — это обозначенная круговыми маркерами на рис. 5.8 кривая 1; сплошной линией 2 показан фрагмент логистической кривой такого вида, как представленная на рис. 1.1 кривая. Предполагается, что в отдаленном прошлом население Российской империи начало расти с нуля. Точки 220 (0,5) и 125,6 (0,285) — это две опорные точки, через которые проведена логистическая кривая. Хронология событий не совпадает теперь с реальностью из-за смещений во времени фрагментов реальной кривой роста.

## Результат

Результат совмещения кривых на рис. 5.8 показывает, что

- совмещать с логистической кривой логичнее все же реконструированную нами на рис. 5.7 кривую роста

численности народонаселения, а не показанную на рис. 5.1 траекторию;

- в нашем распоряжении имеется слишком малая часть траектории реконструированной кривой, чтобы можно было с уверенностью судить о степени совпадения кривых в целом, хотя S-образность хода реконструированной кривой роста явно обнаруживает себя;

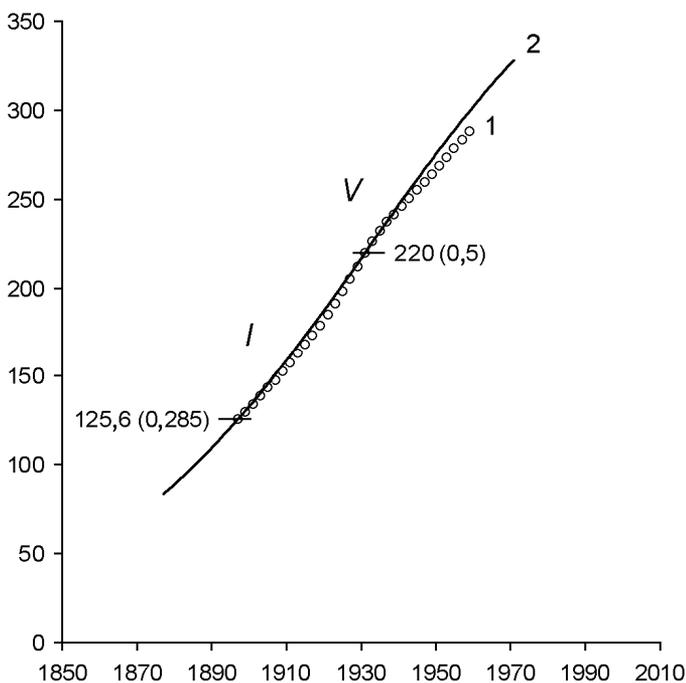


Рис. 5.8. Совмещение кривых

- 1 — реконструированная кривая
- 2 — логистическая кривая

- совмещенные на рис. 5.8 кривые несколько не совпадают: или мы некорректно совместили кривые, или

мы что-то недоделали — не довели до конца процесс реконструкции, то есть не обнаружили и не устранили воздействие еще неких негативных факторов на процесс роста. Одним словом, совместили с логистической кривой не совсем ту кривую.

Попробуем выяснить, все ли мы учли при реконструкции, а затем вернемся к вопросу о совмещении кривых.

### **Мужчин меньше**

Причиной несовпадения кривых может быть, например, нарушение соотношения полов, увеличение которого наблюдается после войн, революций и репрессий, где в большей мере гибнет мужское население.

За рассматриваемый период с 1897 по 1949 год произошло несколько войн. В результате войн мужчин в стране стало меньше, чем женщин.

Меньшее количество мужчин (равно как и меньшее количество женщин по отношению к мужчинам) приводит к меньшему количеству браков и, следовательно, к уменьшению численности фактического населения относительно гипотетического.

Доктор исторических наук Валентина Борисовна Жиромская (1957–), автор главы VII первого тома труда *«Население России в XX веке: Исторические очерки»* отмечает [117; Т. 1, с. 149]:

«Людские потери нарушили соотношение полов, особенно в деревне. Среди лиц 1894–1898 гг. рождения соотношение мужчин и женщин составляло 1:2, а среди лиц 1899–1903 гг. рождения — уже 1:2,3. <...> Убыль мужского населения (по подсчетам И. П. Ильиной) привела к тому, что в 1917 г. в России было заключено лишь 65% от числа браков, состоявшихся в 1913 г.»

Численность женщин, согласно переписей 1897, 1959, 1970, 1979 и 1989 годов составляла соответственно 50,26%, 55,0%, 53,9%, 53,4% и 52,8% от общей численности [120; Т. I, с. III], [135; с. 78]. Как видим, (паритетное) соотношение полов так и не восстановилось за годы советской власти вплоть до распада СССР в 1991 году.

## Репрессии

Кроме нарушения соотношения полов, на кривую роста численности оказывала влияние проводимая коммунистами в стране политика, в частности, репрессии, которые начались сразу после Октябрьской революции 1917 года и с разной степенью интенсивности продолжались практически до развала СССР в 1991 году: уголовная ответственность за антисоветскую агитацию и пропаганду была отменена только в сентябре 1989 года. Дядькин, например, как отмечалось выше, был репрессирован в 1980 году — намного позже после смерти в марте 1953 года Сталина — второго по счету бессменного руководителя коммунистической партии и государства СССР.

## Демографический переход

То, что на графике после точки перегиба 220(0,5) реконструированная кривая отстает от логистической, может быть можно объяснить (хотя бы частично) демографическим переходом.

Демографический переход — это исторический переход от режима воспроизводства населения с высокими показателями рождаемости и смертности к режиму с низкими значениями этих показателей. Любая страна по мере своего социально-экономического развития проходит три демографические стадии. На первой стадии население растет медленно, поскольку высокая рождаемость компенсируется столь же высокой смертностью. Затем благодаря развитию медицины смертность резко снижается, в то время как рождаемость по-прежнему остается на высоком уровне. Вследствие этого прирост населения резко возрастает. И наконец происходит снижение рождаемости и, как результат, снижение прироста населения. В 60-х годах в СССР начинает ощущаться действие третьей стадии.

Но более веской причиной, видимо, является снижение воспроизводства населения из-за влияния войны: рожденным во время войны и послевоенного голода было по 20–25 лет после 1960-х, но, поскольку рождаемость во время войны и послевоенного голода была низкой, то и воспроизводство населения после 60-х должно показывать замедление темпов прироста.

На ход кривой могут оказывать влияние и другие факторы, явно не дающие о себе знать при графической реконструкции.

## ВТОРОЙ ЭТАП

Выше мы отмечали, что под реконструкцией мы будем понимать такие действия, после осуществления которых ход реальных событий окажется очищенным от воздействия помех. Устранили ли мы все помехи при реконструкции кривой?

### Реальная и идеальная кривые

Численность популяции  $N_R$  в реальных условиях зависит от множества факторов. Факторы эти можно объединить в две группы переменных: к одной группе относятся факторы, способствующие процветанию популяции, к другой — угнетающие ее. Факторы, способствующие процветанию или обеспечивающие нормальное существование и рост популяции — это группа переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$  в выражении (5.1).

$$N_R = f(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n). \quad (5.1)$$

Группа переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$  включает, например, такие факторы, как необходимый объем жизненного пространства, необходимые объемы пищи, воды, воздуха для дыхания, допустимый диапазон изменений температуры окружающей среды, параметры каждой отдельной особи популяции и параметры самой популяции, обеспечивающие нормальное их функционирование, взаимовыгодные отношения между особями или популяциями etc.

Кроме наличия необходимых позитивных факторов, на популяцию оказывают влияние мешающие ее нормальному функционированию факторы — возмущающие воздействия, угнетающие в той или иной мере популяцию. Это группа переменных  $y_1, y_2, \dots, y_n$  в выражении (5.1). Войны, репрессии, голод, эпидемии, наводнения, извержения вулканов, к примеру, — факторы явно из этой группы переменных.

При полной реконструкции необходимо полностью устранить влияние возмущающих воздействий — устранить группу переменных  $y_1, y_2, \dots, y_n$  в выражении (5.1). Численность  $N_T$

популяции в этом случае не будет зависеть от влияния негативных факторов — их попросту не будет:

$$N_T = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (5.2)$$

Здесь  $N_T$  — теоретическая численность популяции на какой-то момент времени при оптимальных или идеальных условиях ее существования. Именно в таких условиях — при отсутствии каких-либо помех — проводил Пирл опыты с мухой дрозофилой. Ограничивать рост численности популяции при таких идеализированных условиях ее существования будут объемы доступных ресурсов и размеры пространства. При неограниченных ресурсах и размерах пространства рост численности популяции будет неограниченным.

Численность популяции в реальных *неидеальных* условиях ее существования под воздействием факторов, содержащихся в выражении (5.1), каким-то образом меняется во времени:

$$N_R = f(t).$$

Численность популяции в реальных *оптимальных или идеальных* условиях ее существования под воздействием факторов, содержащихся в выражении (5.2) также каким-то образом меняется во времени:

$$N_T = f(t).$$

Именно очищенную от помех, идеализированную, теоретически возможную кривую роста  $N_T = f(t)$ , а не реальную кривую роста численности населения Российской империи и СССР вида  $N_R = f(t)$  следует совмещать с логистической кривой. Это означает, что мы реальную кривую роста численности населения Российской империи и СССР вида  $N_R = f(t)$  должны реконструировать до кривой вида  $N_T = f(t)$  и ее затем совмещать с логистической кривой, чтобы увидеть, насколько кривые совпадают.

Мы же брали реальные статистические данные из официальных источников статистической информации или из научных работ по демографии или статистике и работали с ними:

смещали по горизонтали фрагменты кривой роста, чтобы получить плавную кривую. То есть каждый из фрагментов *I*, *II*, ..., *V* отображал фактический, а не теоретически возможный рост населения. Разница в положении фрагментов кривых на рис. 5.1 и рис. 5.8 показывала сколько могло бы быть людей и сколько их фактически было на рассматриваемый момент времени. Но в рамках фактически действующих в системе Империи и СССР закономерностей! А нужно рассматривать в системе закономерностей представленных выражением (5.2), то есть фактически в идеальной системе — без войн, террора, голода etc., но с ограничением по ресурсам и по территории.

Полученная нами реконструированная кривая, показанная на рис. 5.8, — это не та кривая, в отношении которой можно сказать, что она очищена от влияния и воздействия всех видов помех, и что, если бы не было помех, процесс роста развивался бы так, как показывает эта кривая.

Таким образом, для такой системы, как Российская империя и СССР, мы определили потери в рамках действующих в системе закономерностей, не корректируя сами закономерности. Что значит «в рамках действующих в системе закономерностей»? Поясним это на следующем примере.

### **Мужчины и женщины**

Перепись населения СССР 1937 года [101; с. 76] зафиксировала 75 789 490 мужчин и 84 331 656 женщин. Мужчин оказалось меньше на 8,5 миллионов:

$$84\,331\,656 - 75\,789\,490 = 8\,522\,166 \approx 8,5 \text{ (млн чел.)}.$$

Перепись населения СССР 1959 года показала 94 млн мужчин и 114,8 млн женщин [114; с. 9], [123; с. 38]; разница — 20,8 млн человек.

### **Нормальное соотношение**

А каким должно быть нормальное соотношение мужчин и женщин? По данным переписи населения 1897 года [120; Т. I; с. III] на 100 мужчин приходилась 101 женщина. По данным Википедии соотношение мужчин и женщин для разных стран разное, но в целом по всему миру на 100 женщин приходится 101 мужчина. Статистик, кандидат экономических наук Петр Гаврилович Подъячих (1911–1977) пишет, что состав

населения по полу является нормальным, если соотношение между численностью мужчин и женщин в среднем на 100 жителей близко к отношению 50:50 [123; с. 37].

Разница в численности говорит о том, что часть мужчин по каким-то причинам исчезла — из-за войн, репрессий, например. Если бы причин для исчезновения мужчин не было, численность их была бы практически равна численности женщин — согласно утверждениям статистиков. Это, во-первых, сразу увеличило бы численность населения в статистических данных на величину разности между численностью мужчин и женщин — родителей и потомков стало бы больше. Во-вторых, не только мужчины страдали от репрессий и болезней, но и женщины тоже, поэтому численность населения увеличилась бы и за счет большего числа мужчин и женщин, если бы отсутствовали причины, угнетающих рост населения — в отсутствие войн, репрессий, болезней, etc. К тому же, в отсутствие причин, угнетающих рост населения, численность населения росла бы с большей скоростью (хотя, возможно, и не намного большей). Кривые фрагментов на наших графиках приподнялись бы, сместились бы в разной мере вверх на графиках и имели бы большую крутизну.

Это означает увеличение потерь сверх 90 млн человек, определенных нами для ситуации, когда рост происходил в рамках фактически действующих в Империи и СССР причин, влияющих на рост численности народонаселения — это то, что мы определили выше таким понятием, как рост «в рамках действующих в системе закономерностей».

### **Насколько выше?**

Насколько выше приподнялись бы кривые фрагментов и насколько шли бы круче?

Чтобы определить это и скорректировать ход кривых, статистических данных только об изменении численности населения во времени недостаточно. Нужно знать сколько рождалось и умирало фактически и сколько рождалось и умирало бы теоретически, учитывая конкретный этап исторического развития Империи и СССР. Рождаемость и смертность выражаются обычно в относительных числах — коэффициентах рождаемости и смертности, которые показывают, какое количество народу из каждой тысячи населения рождается и умирает.

В воспроизведении потомства участвуют не все граждане, а лишь репродуктивная часть населения — дети и старики к этой части не относятся. А у репродуктивной части плодовитость зависит от возраста, и чтобы знать, сколько потомства может быть произведено репродуктивной частью населения, недостаточно знать общие коэффициенты рождаемости и смертности — нужно знать коэффициенты рождаемости и смертности в отдельных возрастах. Поэтому, как отмечал еще в 1933 году в своей статье «*О перспективных исчислениях населения*» демограф, математик по образованию Владимир Владиславович Паевский (1893–1934) [122; столбец 3]:

«Серьезное демографическое исследование должно начинаться с изучения повозрастной плодовитости и смертности».

Кроме этого, количество семей, которое может быть образовано, зависит не только от соотношения численности мужчин и женщин: даже если численность мужчин и женщин паритетна, но часть мужчин репрессирована и находится в тюрьмах или в лагерях, прирост населения будет меньше возможного. Все эти нюансы нужно учитывать при реконструкции.

### **Это еще не все**

Под действием природных или социальных катаклизмов численность населения может изменяться — уменьшаться достаточно быстро, скачкообразно на ту или иную величину. На траектории роста появляются провалы — как на рис. 5.1. С течением времени и с постепенным старением населения провалы эти будут передвигаться все дальше и дальше по направлению к старшим возрастам, создавая временные дефициты лиц в тех, или иных возрастах [122; столбец 7]. Эти переходящие дефициты будут являться причиной длительных сложных изменений возрастной структуры в течение многих десятков лет [122; столбец 11] и приводить к изменению (к уменьшению) темпов роста численности населения в определенные периоды времени — исказить кривую роста.

Эффект этот, как отмечает Паевский [122; столбец 3], зависит в огромной мере от характера той современной возрастной структуры населения, какая в каждой стране складывается

в результате всей предшествующей демографической истории, то есть всей предшествовавшей смертности, рождаемости, эмиграции и иммиграции. Только зная детально возрастную структуру населения и демографическую предысторию, демограф может судить о темпах воспроизведения населения.

Как видим, чтобы выявить все нарушения естественного хода событий — роста численности населения в отсутствие природных или социальных катаклизмов, нужно проделать достаточно большой объем достаточно сложной работы — сложной потому, что необходимых исходных данных во многих случаях просто нет (как в случае с Российской империей и СССР, когда отсутствуют достаточно полные данные о годичной численности населения и о повозрастной плодовитости) и требуется мастерство и высокий уровень квалификации, чтобы реконструировать события в отсутствие полной информации о событиях. Короче — необходимо быть профессиональным, высококвалифицированным демографом.

В качестве примера расчета, учитывающего во многом факторы и нюансы, о которых мы только что говорили, может служить расчет, выполненный Дядькиным. Дядькин проанализировал данные и по абсолютным числам переписей, и по соотношению мужчин и женщин, и по возрастным группам. Сам он отмечает [14; с. 21]:

«I am neither a demographer nor a historian but my familiarity with mathematical methods has allowed me to perform the necessary calculations routinely used in demography».

(Я не демограф и не историк, но мое знакомство с математическими методами позволило мне выполнить необходимые вычисления, которые обычно используются в демографии.)

### **Насколько круче?**

Относительно скорости роста (крутизны фрагментов) можно заметить следующее. Еще Мальтус отмечал, что численность населения восстанавливается очень быстро. В качестве примеров быстрого размножения Мальтус приводит примеры колонизации новых стран и восстановление численности населения после войн, эпидемий и голода [41; с. 101, с. 110–111]:

«It has been universally remarked, that all new colonies settled in healthy countries, where there was plenty of room and food, have constantly increased with astonishing rapidity in their population».

«The fertile province of Flanders, which has been so often the seat of the most destructive wars, after a respite of a few years, has appeared always as fruitful and as populous as ever. Even the Palatinate lifted up its head again after the execrable ravages of Lewis the Fourteenth. The effects of the dreadful plague in London in 1666, were not perceptible 15 or 20 years afterwards. The traces of the most destructive famines in China and Indostan, are by all accounts very soon obliterated».

(Было повсеместно отмечено, что во всех новых колониях, которые образовывались в странах с благоприятными условиями и где было достаточно места и пищи, население увеличивались с поразительной быстротой.

Плодородная провинция Фландрия, которая так часто была местом самых разрушительных войн, после нескольких лет передышки, выглядела всегда такой же плодородной и населенной, как и раньше. Даже Пфальц снова поднял свою голову после сокрушительных разрушений Людовика Четырнадцатого. Последствия ужасной чумы в Лондоне в 1666 году не были заметны пятнадцать или двадцать лет спустя. Следы самых жестоких голодов в Китае и Индостане, судя по всему, очень скоро забываются.)

Это означает, что не нужно людям для быстрого размножения идеальных условий. Достаточно наличия минимально необходимых условий, которые существовали, к примеру, в СССР между периодами войн и периодами массовых репрессий, чтобы население начинало резко возрастать, как видно из графиков. Похоже, что авторитарные и деспотические режимы практически не тормозят рост населения, когда явно не занимаются его уничтожением. Похоже, что существует как бы пороговый эффект: при достижении минимально необходимых условий размножение идет с максимально допустимой для данного этапа исторического развития скоростью. Потому правители

во все времена и не обращали особого внимания на проблемы простых людей: люди выживут и быстро размножатся при наличии хоть каких-то возможностей для этого. Поэтому численность населения в СССР в спокойные периоды возрастала быстро — в соответствии, видимо, с близкими к достижимым на данном этапе исторического развития на данной территории коэффициентами рождаемости и смертности репродуктивной части населения. Хотя, конечно, не с максимальной возможной скоростью из-за условий жизни в СССР.

Поневоле приходишь к выводу, что самое дешевое и быстрое производство — это воспроизводство численности населения: люди воспроизводят себя сами, сами себя обеспечивают, да еще и содержат при этом правителей и государственные институты власти, — в том числе и репрессивные, которые осуществляют репрессии по отношению к народу, который их содержит. Так что пушечного мяса всегда хватает, чтобы им не дорожить и удовлетворять амбиции власть предержащих.

И еще одно замечание. Попытки уменьшить численность населения — уничтожить часть его путем войн и репрессий, с целью обеспечить всех оставшихся в живых работой, к успеху не приведут: соотношение численности занятых в сельском хозяйстве и промышленном производстве по отношению к численности всего населения от этого не изменится. То есть как обеспечивал, например, 1% населения продовольствием всех, так и будет при меньшей общей численности тот же 1% обеспечивать продовольствием оставшихся в живых. Войны и репрессии — не выход.

### ***Первый этап проделан***

Итак, все, что мы проделали — это лишь первый этап работы по реконструированию кривой. Далее в работу должны включиться профессионалы-демографы совместно с историками, чтобы откорректировать уже реконструированную нами кривую роста.

#### **100–120 миллионов**

Вполне возможно, что с учетом дополнительных корректировок по всем фрагментам, выполненных после завершения нами графической реконструкции, оценки потерь населения

за рассматриваемый период 1914–1949 могут составить величину 100–120 млн человек, называемую некоторыми.

Отмечаемые всеми авторами величины потерь, хотя и различающиеся, свидетельствуют о том, что жизнь в Советском Союзе не была комфортной для его жителей.

Несколько вопросов, которые ставит Пушкарев и на которые нужно найти ответы, чтобы устранить действие возмущающих факторов на рост кривой численности СССР [125; сс. 14–15]:

«Вопрос № 4: каковы были неестественные потери населения СССР с 1934 по 1940 г.? Кроме оценок Дядькина (от 2,9 до 3,6 млн), у нас опорных точек нет.

Вопрос № 5: Какова была избыточная смертность, и по каким причинам, в 1934–40 гг.? По этому вопросу есть ряд отрывочных сведений. ... Надо также учесть, что общие, «советские» условия жизни этого времени — постоянная нехватка продуктов, очереди, перенаселенные квартиры, нервное напряжение — сокращали продолжительность жизни.

Вопрос № 6: Какова в 1934–39 гг. была смертность в СССР по сравнению с избежавшими советской власти частями бывшей Российской Империи, как-то: Финляндией, прибалтийскими странами, Польшей? Какова продолжительность жизни? Такого сравнения почему-то еще никто не проводил, хотя на сотрудничество перечисленных стран логично было бы рассчитывать.

Вопрос № 9: Как суммировать, по годам, избыточную смертность от политических и военных действий с 1918 по 1958 г.? ... Здесь необходимо междисциплинарное сотрудничество историков и демографов».

### **Передаем эстафету**

Вопросы Пушкарева можно считать программными, являющимися частью программы второго этапа реконструкции кривой — программы по устранению, по возможности, всех факторов негативного воздействия на рост кривой численности населения. И, как отметил Пушкарев, это работа для профессионалов историков и демографов. Поэтому эту работу

мы им и оставляем — все же основная наша цель выяснить форму кривой роста населения, а не величину потерь. После корректировок кривой демографами можно будет снова вернуться к вопросу о совмещении кривых.

## ИТОГ

Завершая главу, можно отметить, что точность полученных нами результатов зависит от точности графических построений и от достоверности исходных статистических данных, подлежащих обработке, а степень полноты и завершенности реконструкции определяется тем, в какой мере удалось учесть и устранить воздействие возмущающих факторов на процесс роста.

Путем графической реконструкции можно устранить лишь видимые на графике искажения траектории роста численности населения.

Нельзя не отметить и обычную в таких случаях субъективность авторов любой реконструкции, которые в той или иной мере реализуют свою собственную интерпретацию реконструируемого процесса.

Наибольшая точность окончательного результата реконструкции может быть достигнута в случае комплексного применения методов графической реконструкции и аналитических методов.

Дополнительный учет и исключение отмеченных нами факторов и иных, снижающих численность и скорость роста численности населения, скорректирует кривую роста таким образом, что скорость роста может увеличиться вплоть до гипотетической — до теоретически возможной на данном этапе исторического развития скорости роста численности при отсутствии воздействия возмущений на процесс роста. А это в свою очередь приведет к увеличению разности между теоретически возможной численностью и фактической, то есть к увеличению величин оценок потерь народонаселения. Поэтому мы можем отметить, что полученные нами результаты являются нижними оценками возможных величин потерь народонаселения и при дополнительной корректировке они только увеличатся.

Какой смысл в недоделанной, не доведенной нами до конца реконструкции? Во-первых, показать, что нужно реконструировать форму кривой перед тем, как совмещать ее с какой-либо другой. Во-вторых, показать, как графически может осуществляться “выравнивание” (формы) кривой — по аналогии с выравниванием рядов динамики. В-третьих, графический метод легкодоступен, не требует специальных знаний в области демографии и позволяет наглядно представлять суть происходящего процесса. В-четвертых, полученные данные представляют собой нижние оценки возможного уровня потерь, что уже имеет практическую ценность — позволяет уже иметь представление о порядке величин потерь народонаселения, а учет дополнительных факторов цифру потерь может только увеличить. В-пятых, кривую все равно придется корректировать и проведенная реконструкция является основой дальнейших коррекций кривой, предварительно скорректированной (реконструированной) графическим способом.

Хотя результаты, полученные с помощью только графических построений обладают меньшей точностью, чем аналитические, они дают более наглядную картину происходящих процессов и причинно-следственных связей рассматриваемых явлений: среди набора цифр статистических данных подчас трудно разглядеть те закономерности, которые на графике проявляют себя достаточно заметно.

Применение лишь аналитических методов обработки рядов динамики, в случаях, когда данные отражают явления, подверженные воздействиям возмущающих факторов, может привести к неверной интерпретации событий и построению некорректной модели динамики явления. Иногда вообще не вполне ясно, каким образом наиболее корректно применить арсенал математики к набору статистических данных.

Замечание относительно статистических данных: выраженное в цифрах, особенно при указании большого числа значащих цифр, создает зачастую видимость большей точности, чем та, которая фактически может быть достигнута при использовании серий данных, или создает видимость большего соответствия реальности в ситуациях, когда приводятся данные, основанные на предположениях или гипотезах о характере развития и протекания изучаемых процессов.

Величины потерь населения в мирные и военные периоды могут оказаться иными, если откроются новые статистические материалы. Евгений Федорович Кринко и Сергей Александрович Кропачев в своей краткой и информативной статье *«Масштабы сталинских репрессий в оценках советских и современных российских исследователей»* [109] отмечают, что на начальном этапе исследований в области репрессий и потерь населения в Советском Союзе оценки потерь, в силу отсутствия достаточных статистических материалов, имели большой разброс в численном выражении и были, подчас, далеки от реальности. По мере открытия архивов и дополнительных источников информации данные постоянно уточняются, качество работ растет, хотя в целом работа в этом направлении далека от завершения.

С другой стороны, хотя фальсификация данных или использование различающихся подходов при оценках потерь и перераспределяют потери внутри интервала 1914–1949 годов, общий их предварительный итог — 90 миллионов человек — от этого не зависит и меньшим не станет.

## Глава VI

### СРАВНЕНИЕ ДИНАМИК РАЗВИТИЯ

В 1984 году вышло четвертое издание учебника Рязова<sup>38</sup> «Общая теория статистики» для студентов экономических специальностей высших учебных заведений [134], а в 1986 году — книга Ричарда Фостера «*Innovation: The Attacker's Advantage*» (Инновации: преимущество атакующего) [20]. Ричард Фостер (Richard N. Foster) — один из директоров всемирно известной американской консалтинговой компании МакКензи (McKinsey & Company), среди клиентов которой числятся самые знаменитые фирмы Америки, Европы и Японии. Фостер в 1966 году защитил диссертацию в области технических и прикладных наук в Йельском университете в США (PhD in Engineering and Applied Science from Yale University).

#### Сравнение рядов динамики у Рязова

В статистике часто сравниваются ряды динамики — сравниваются, например, объемы или темпы производства какого-либо вида продукции каких-либо стран или регионов.

В учебнике Рязова в разделе «Сравнительный анализ рядов динамики одноименных величин» приводится, например,

---

<sup>38</sup> Николай Николаевич Рязов (1907–1989) — профессор, доктор экономических наук. Автор научных, учебных и учебно-методических работ по статистике торговли, общей теории статистики, экономической статистике, статистике банковских и кредитных учреждений.

таблица 10.13, в которой сравнивается производство цемента в СССР и США [134; с. 247]. Мы приводим часть этой таблицы.

Таблица 10.13

**Производство цемента в СССР и США в 1950–1980 гг.**

Год	Млн. т		...	Среднегодовые темпы роста	
	СССР	США		...	СССР
1950	10,2	38,7	...	—	—
1955	22,5	53,0		1,171	1,065
1960	45,5	56,1		1,151	1,012
1965	72,4	65,1		1,097	1,030
1980	125,0	77,0		1,039	1,011

Комментируя приведенные в таблице данные, Рязуев отмечает, что производство цемента в СССР по среднегодовым темпам роста, а затем и по абсолютным годовым приростам значительно превосходило производство цемента в США. «В силу этого мы перегнали США не только по абсолютному уровню производства, но и по уровню производства цемента на душу населения (471 кг в СССР и 346 кг в США в 1980 г.)» [134; с. 248].

**Кривая Фостера**

Фостер в своей книге пишет о том, что экономические явления — будь то эффективность какой-либо технологии, объемы производства какого-либо товара, развитие фирмы или эффективность ее деятельности — имеют предел. Экономические процессы, как и все прочие, имеют начало (зарождение), развитие (зрелость) и завершение (устаревание). Любые товары, технологии и услуги проходят через ряд стадий, которые в совокупности представляют собой некоторую разновидность жизненного цикла.

Траектория развития экономического явления или процесса напоминает S-образную кривую: вначале процесс развивается медленно, постепенно убыстряясь, затем замедляется и подходит к пределу своего развития. По мере приближения к пределу технический прогресс становится все более трудным и инвестирования дополнительных средств в продукт или процесс становятся все более дорогостоящими. Поэтому при подходе к пределу развития нужно не держаться за старое, а менять стратегию фирмы — организационную идею, вид деятельности, технологию, направлять средства на разработку и внедрение принципиально новых идей, в подготовку, освоение и выпуск изделий «новых поколений» — иначе фирма обанкротится.

Книга содержит большой объем фактического материала, подтверждающего слова автора. То есть свои утверждения Фостер иллюстрирует множеством убедительнейших примеров из истории американского бизнеса — приводится много конкретных примеров успешных и неуспешных компаний и анализируются причины, приведшие к успеху или неуспеху.

Книга — это результат исследований Фостера и его работы с клиентами (консалтинга), как он сам сообщает [20; с. 9]:

«The research and consulting condensed in this book represents many years of productive collaboration with my clients and my colleagues in McKinsey & Company. McKinsey works with some of the largest and most successful companies in the United States, Japan and Europe».

(Исследования и консалтинг, в сжатом виде изложенные в этой книге, являются результатом многих лет плодотворного сотрудничества с моими клиентами и моими коллегами в компании «МакКензи». МакКензи работает с некоторыми из крупнейших и наиболее успешных компаний в Соединенных Штатах, Японии и в Европе.)

Написанию книги предшествовал сбор и анализ информации в течение достаточно длительного времени [20; с. 21, Preface]:

“We had to look at corporate success and failure over long periods of time (e.g., 20–25 years) to see patterns, but patterns did emerge. We began to see not only patterns of

success and failure but the principles that caused events to unfold as they did».

(Нам пришлось изучить случаи успехов и неудач корпораций в течение длительного периода (20–25 лет), чтобы выявить закономерности, и они действительно обнаружились. Мы начали выявлять не только закономерности успехов и неудач, но и принципы, лежащие в основе событий.)

На суперобложке издания книги в твердом переплете приведено несколько положительных отзывов о книге руководителей самого высокого ранга очень известных в мире компаний. Например, такой отзыв:

«No matter where you are in the corporate world — entrepreneur, middle management or senior executive — you should read this book. You'll look at your business in a whole new way». — Willard C. Butcher, Chairman of the Board, Chase Manhattan Bank

(Независимо от того, где вы находитесь в корпоративном мире — предприниматель, руководитель среднего звена или топ-менеджер — вы должны прочитать эту книгу. Вы будете смотреть на свой бизнес совершенно по-новому. — Уиллард К. Бучер, председатель правления Чейз Манхэттен Банк)

Неудивительно, что после публикации книги S-образную кривую роста или развития какого-либо экономического явления стали часто называть кривой Фостера.

### **Есть ли связь**

Есть ли какая-либо связь между таблицей 10.13 из учебника и комментарием к ней Рязова и кривой Фостера? Давайте посмотрим.

Построим для начала график, отображающий динамику производства цемента в США и СССР. График этот приведен на рис. 6.1. Кривая 1 отображает динамику производства цемента в США в расчете на душу населения, кривая 2 — динамику производства цемента на душу населения в СССР.

Для построения кривой 1 использовались данные по производству цемента из статистических ежегодников Соединенных Штатов «*Minerals Yearbook*», — например, Table 23. — *Hydraulic cement: World production, by country* в томе 1 «*Minerals Yearbook, 1985*» [51; с. 239]. Численность населения США взята из статистических ежегодников «*Statistical Abstract of the United States*» — см., например, Table 2. *Population: 1960 to 2009* в ежегоднике «*Statistical Abstract of the United States: 2012*» [80; с. 8].

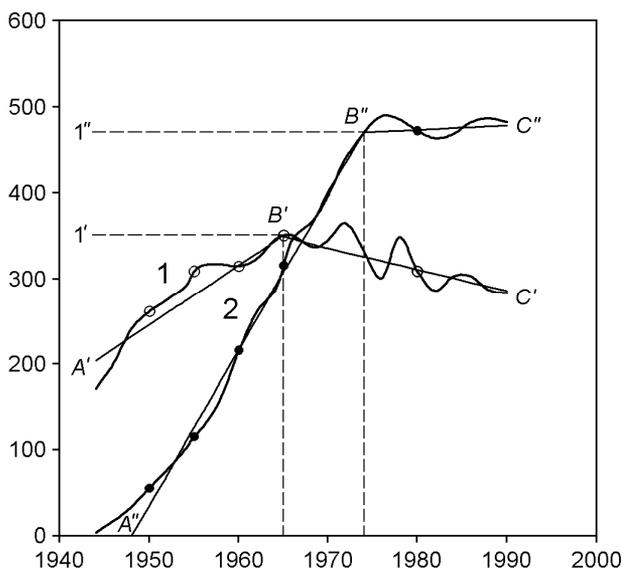


Рис. 6.1. Динамика производства цемента (килограмм на душу населения)  
 1 – производство цемента в США  
 2 – производство цемента в СССР

Для построения кривой 2 использовались данные статистических ежегодников СССР «*Народное хозяйство СССР*» — см., например, с. 7 «Численность населения» и с. 124 «Производство стали и цемента в СССР и США» в ежегоднике

«Народное хозяйство СССР в 1969 г.: Статистический ежегодник» [115].

Аппроксимируем обе кривые отрезками прямых: отрезками  $A'B'$  и  $B'C'$  кривую 1 и отрезками  $A''B''$  и  $B''C''$  кривую 2.

Из рис. 6.1 видно, что, согласно нашей интерпретации процесса развития индустрии производства цемента обеих стран и по аналогии с приведенным нами выше рис. 1.1 или рис. 4.2, Америка достигла единичного уровня производства цемента в 1965 году при объеме производства 350 кг на душу населения — точка  $B'$  на графике, а Советский Союз достиг единичного уровня в 1974 году при объеме производства 470 кг на душу населения — точка  $B''$  на графике рис. 6.1.

После достижения единичного уровня потребление цемента на душу населения в США начало снижаться — причины снижения могут пояснить специалисты индустрии цемента, мы можем лишь предположить, что снижение обусловлено, видимо, появлением и развитием новых технологий в строительстве, что привело к уменьшению потребности в цементе или частичной замене цемента новыми материалами. В СССР после достижения единичного уровня потребление цемента на душу населения продолжало незначительно расти вплоть до распада СССР в декабре 1991 года.

Что дает сравнение этих двух кривых и какую полезную информацию можно извлечь из такого сравнения?

Разрушенное второй мировой войной хозяйство СССР начало восстанавливаться; цементная промышленность, как видно из рис 6.1, начала развиваться практически с нуля. Стране нужно было много цемента, поэтому неудивительно, что темпы роста производства цемента были высокими. Такой потребности в высоких темпах роста производства цемента у Америки не было. Поэтому сравнение темпов роста производства цемента этих двух стран вряд ли дает какую-либо специфическую информацию кроме констатации фактов.

Заметим, что во времена существования СССР в советской литературе постоянно подчеркивались преимущества социализма перед капитализмом.

Аргументировались преимущества социализма демонстрацией в основном двух показателей: более высоких темпов роста производства какого-либо вида продукции и бóльшим объемом производства какого-либо вида продукции — в

абсолютном выражении, как, например, в Таблице 10.13, где производство цемента указано в миллионах тонн, или в пересчете на душу населения.

Так, комментируя приведенные им сравнительные данные, Рязов в одном месте книги пишет [134; с. 111]:

«Сравнение среднегодовых темпов прироста основных показателей развития экономики СССР и США за 30 послевоенных лет ярко говорит о преимуществе социалистической системы хозяйства».

Или в другом месте [134; с. 245–246]:

«... темпы роста промышленной продукции в социалистических странах намного превышают темпы в развитых капиталистических странах, характеризуя тем самым преимущества социалистического способа производства».

Был ли дефицит чего-либо в Америке? Не было. Для чего тогда Америке более высокие темпы роста экономики? И о каком преимуществе СССР в таком случае может идти речь?

Большее количество килограммов цемента на душу населения у СССР может говорить либо о менее рациональном использовании цемента, о большей бесхозяйственности, либо о большей потребности в цементе по сравнению с Америкой, но никак не о преимуществах социализма. В Японии, например, в этот же период вырабатывалось больше цемента на душу населения, чем в СССР — 752 кг на душу населения<sup>39</sup> в 1980 году против 471 кг в СССР, отмеченных Рязовым в его комментарии к Таблице 10.13. Следуя советской логике можно на этом основании заявить о преимуществе капитализма.

---

<sup>39</sup> Численность населения Японии в 1980 году составляла 117 млн человек. Цемента в 1980 году в Японии было произведено 88 млн. тонн — см., например, Table 23. на с. 198 в ежегоднике: «*Minerals yearbook, 1982*». — Vol. 1: Metals and minerals. (Prepared by staff of the Bureau of Mines). — Washington (DC): Bureau of Mines (Creator); U.S. Government Printing Office, 1983. — viii + 961 p.; или см. Табл. 31 на с. 71, Табл. 1 на с. 272 (Население), Табл. 2 на с. 275 в книге: «*Современный капитализм: Социально-экономический справочник*» / Под общ. ред. А. Г. Милейковского; Сост.: А. А. Гречихин. — М.: Полит-издат, 1985. — 367 + (1) с.

## О сравнении

Теперь несколько слов о самом сравнении.

Выбранные Рязовым для сравнения фактические данные по производству цемента отмечены нами на рис. 6.1 круговыми маркерами для США и точечными — для СССР.

Из рис. 6.1 мы видим, что у обеих стран первые четыре маркера находятся на возрастающих участках кривых 1 и 2, отображающих фазу или этап интенсивного развития такого явления, как производство цемента. Как и любая инновация или технология, процесс доходит до определенного уровня своего развития на котором либо устанавливается (при отсутствии инноваций), либо постепенно уступает место новому, сменяющему его процессу. Появлением инноваций, в частности, можно пояснить спад производства цемента в США на душу населения. Отсутствие такого спада производства цемента в СССР может свидетельствовать о том, что до разработки новых технологий или материалов, замещающих цемент, дело в СССР еще не дошло — не актуальной еще была, видимо, данная проблема на том уровне развития, на котором находился в то время СССР.

Включение в таблицу данных за 1980 год с точки зрения сказанного, не является корректным, так как данные за 1980 год относятся к участкам кривых, где развитие процесса прекратилось — это участки после точек  $B'$  и  $B''$  на рис. 6.1. Корректно было бы сравнивать между собой данные, относящиеся к одинаковым фазам развития — либо к возрастающим участкам кривых, либо к участкам, на которых процессы установились и их рост прекратился.

Но для такого сравнения необходимо руководствоваться концепцией S-образного развития явления, чего не произошло в случае с приведенным примером с цементом: в учебнике Рязова никак не отражено то, о чем позже писал Фостер. Подготовка экономистов в таком случае не обеспечивает их достаточной квалификации, необходимой для анализа динамики определенного класса явлений.

Слаборазвитые, отсталые страны находятся обычно на стадии начального развития — на начальных или средних участках возрастающих траекторий на рис. 6.1, в то время как развитые, постиндустриальные страны находятся либо на

подходе к точкам  $B'$  или  $B''$ , либо на участках после точек  $B'$  или  $B''$  на рис. 6.1. Ясно, что в такой ситуации темпы роста какого-либо экономического показателя у слаборазвитых стран будут выше, чем у развитых.

То же и в отношении СССР: там, где СССР развивался динамичнее США, это свидетельствовало не о преимуществах экономической системы, а о том, что СССР отставал от США в своем развитии и находился в положении догоняющего.

Если бы авторы сравнений ориентировались на концепцию S-образного развития, то первый, встающий перед ними вопрос при сравнении динамик, должен бы возникнуть такого типа: «А сопоставимые ли участки S-образной кривой сравниваются?» Это исключало бы некорректное сравнение динамических процессов из-за игнорирования концепции S-образного развития, или некорректную интерпретацию данных в угоду какой-либо идеологии.

## Глава VII

### СКОЛЬКО

Сколько людей может вместить планета Земля и сколько людей на самом деле будет жить на Земле? Когда численность людей перестанет увеличиваться и будет ли людям комфортно жить при такой численности? Хватит ли на всех еды и места? Эти вопросы людей интересуют постоянно и литературы по данному вопросу имеется предостаточно. Существует много прогнозов на этот счет. Создано много моделей роста численности населения земли. Например, модель роста, согласно которой население земли увеличивается по гиперболическому закону.

#### **Doomsday**

Чрезвычайно простую модель гиперболического роста предложил в опубликованной в 1960 году статье «*Doomsday: Friday, 13 November, A.D. 2026*» (Светопреставление: пятница, 13 ноября 2026 года от Рождества Христова) австрийский физик, математик, один из основоположников кибернетики, профессор Хайнц фон Ферстер (Heinz von Förster; 1911–2002; Heinz von Foerster — английское написание) совместно с коллегами по работе в Иллинойском университете (the department of electrical engineering, University of Illinois, Urbana) Патрисией Мора и Лоуренсом Амиотом [18].

Предложенное Ферстером с соавторами уравнение роста численности населения мира имеет следующий вид — нумерация формул как в статье [18; с. 1292]:

$$N = \frac{K}{\tau^k}, \quad (6)$$

- где  $N$  — численность населения на рассматриваемый момент времени  $t$ ;  
 $K$  и  $k$  — константы;  
 $\tau$  — время, оставшееся до дня светопреставления  $t_0$ ;  $\tau = t_0 - t$   
 $t_0$  — день, в который наступит светопреставление;  
 $t$  — текущее время.

Согласно формулы (6), при  $t = t_0$ , то есть когда  $t_0 - t = 0$ , численность населения  $N$  уходит в бесконечность и, как с юмором замечают авторы, «the clever population annihilates itself» (разумная популяция самоуничтожается) [18; с. 1292]. Это событие — самоуничтожение популяции — авторы охарактеризовали как «doomsday» (светопреставление или Судный день).

Проанализировав имеющиеся данные по динамике численности населения мира, авторы определили следующие значения для констант [18; с. 1293]:

$$t_0 = \text{A.D. } 2026.87 \pm 5.50 \text{ years} \quad (10a)$$

$$K = (1.79 \pm 0.14) \times 10^{11} \quad (10b)$$

$$k = 0.990 \pm 0.009 \quad (10c)$$

Формула (6) для расчета численности населения при этом приобретает вид:

$$N = \frac{1.79 \times 10^{11}}{(2026.87 - t)^{0.99}} \text{ (человек).}$$

Момент  $t_0 = 2026.87$  приходится по календарю на пятницу 13 ноября 2026 года, что и отражено в названии статьи.

Все авторы, представлявшие свои модели гиперболического роста, конечно, прекрасно понимали, что никакого ухода в бесконечность роста численности не будет.

## Cohen

В 1995 году появилась книга американского биолога, демографа, доктора философии в области прикладной математики, профессора Джоэла Эфраима Коэна (Joel Ephraim Cohen; 1944–) «*How Many People Can the Earth Support?*» (Сколько людей может выдержать Земля?) [9]. В книге нет формул, но имеются сведения об изменении численности людей, начиная с глубокой древности и кончая прогнозами о предельной численности в будущем. В длинном списке в Приложении 3 [9; Appendix 3, сс. 402–418] Коэн приводит оценки предельной численности людей, выполненные различными авторами с 1679 года (Leeuwenhoek; April 25, 1679 — 13.4 миллиарда) по 1994 год (Wetenschappelijke Raad voor het Regeringsbeleid (Научный совет по государственной политике при правительстве Нидерландов; Scientific Council for the Dutch Government); 1994, с. 9 — 11–14 миллиардов). Как отмечает сам Коэн [9; с. 10]:

«Numerical estimates produced over the past century have ranged widely — so widely that they could not all be close to right — from less than 1 billion to more than 1,000 billion. More than half of the estimates fell between 4 billion and 16 billion people».

(Численные оценки, произведенные за последнее столетие, варьируются в широком диапазоне; настолько широком — от менее 1 миллиарда до более 1000 миллиардов, — что не все они могут быть близки к истине. Более половины оценок лежит в диапазоне между 4 и 16 миллиардами человек.)

В Приложении 2 [9; Appendix 2, сс. 400–401] Коэн приводит таблицу с оценками организацией ООН (United Nations, 1992a) и такими авторами, как Deevey (1960), McEvedy and Jones (1978), Durand (1977), Clark (1977), Biraben (1979), Blaxter (1986), Kremer (1993) численности людей, живших на земле начиная с 1 млн лет до нашей эры и кончая 1990 годом нашей эры. Данные таблицы могут быть использованы для построения графиков изменения численности людей за длительный период.

## Совмещение кривых

Данные для построения графиков динамики численности населения мира можно брать, в частности, из публикаций Организации Объединенных наций (ООН) по статистике — таких, например, как «Статистический ежегодник» (Statistical Year book) или «Перспективы мирового населения» (World Population Prospects).

На рис. 7.1 представлен график динамики численности населения мира; кривая, отмеченная круговыми маркерами, показывает как фактически изменялась численность.

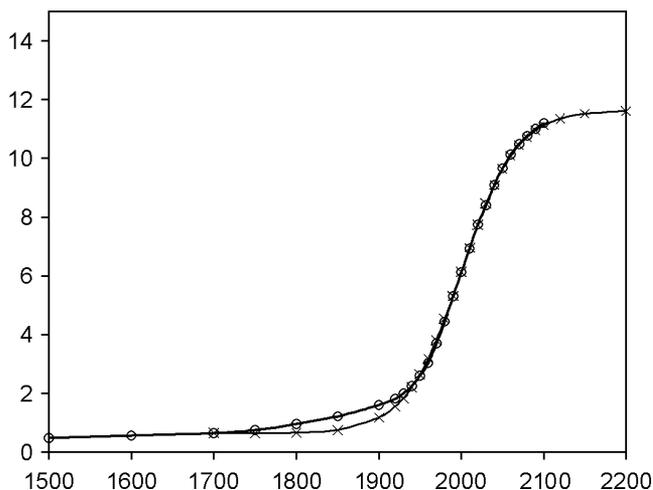


Рис. 7.1. Динамика численности населения мира  
— кривая с круговыми маркерами — фактическая динамика;  
— кривая с крестообразными маркерами — логистическая кривая

Данные для построения графика взяты из публикаций ООН «*World Population to 2300*» [82; с. 124] и «*World Population Prospects: The 2015 Revision*» [83; Vol. I, с. 2, Vol. II, с. 3].

Из графика мы видим, что рост населения планеты достаточно нечувствительный к локальным помехам — кривая роста достаточно гладкая, без скачков.

Попробуем совместить фактическую кривую роста с логистической кривой. Как и всегда, перед совмещением кривых встает вопрос о том, всю ли имеющуюся в нашем распоряжении фактическую кривую совмещать с выбранной нами кривой, представленной соответствующим математическим выражением, или совмещать лишь наилучшим образом совпадающие участки кривых. На рис. 7.1 мы совместили участки кривых, наилучшим образом совпадающие.

У нас получилось, что уравнение, которое описывает логистическую кривую, выглядит — в общем виде и после определения и подстановки найденных значений коэффициентов — следующим образом:

$$N = N_0 + \frac{K}{1 + e^{-r(t-T)}} = 0,64 + \frac{11}{1 + e^{0,03(t-2000)}},$$

- где  $N$  — численность населения на текущий момент времени (млрд чел.);  
 $N_0$  — уровень, с которого начинается рост логистической кривой (млрд чел.);  
 $K$  — верхняя асимптота логистической кривой (млрд чел.) — ограничивает совместно с  $N_0$  предельную численность  $N_m$  населения значением:  $N_m = N_0 + K$ ;  
 $e$  — основание натуральных логарифмов;  
 $r$  — коэффициент, от которого зависит скорость роста кривой — растягивает или сжимает логистическую кривую по горизонтали;  
 $t$  — текущее время (годы);  
 $T$  — постоянная; перемещает логистическую кривую по горизонтали.

Как видим, кривая роста населения совпадает с логистической кривой на участке, начиная примерно с 1950 года.

### **Интерпретация результатов**

Перед тем, как разбираться с тем, что у нас получилось и как нам интерпретировать результат совмещения, приведем

график, который встречается в литературе, содержащей прогнозы роста населения земли — см., например, график Figure 10 в публикации демографа и социолога, профессора Джозефа МакФоллса (Joseph A. McFalls Jr.) «*Population: A Lively Introduction*» [48; Figure 10, с. 25]. График этот приведен нами на рис. 7.2.

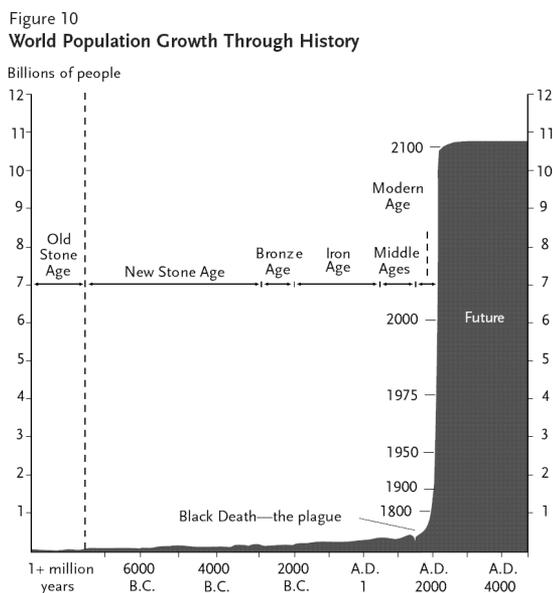


Рис. 7.2. Население мира в историческом аспекте

Рис. 7.2 показывает сколько людей жило на земле в разное время, начиная с древнекаменного века (2,4 млн лет – 10 000 лет до н.э.) и до наших дней.

Титул “*Homo Sapiens*” (человек разумный) нашему предку был присвоен примерно 200 тысяч лет тому назад (400–250 тысяч лет тому назад — согласно другим данным). До него был *Homo erectus* (человек прямоходящий; появился примерно 2 млн лет до н.э.), а до него — *Homo habilis* (человек умелый; появился примерно 2,5 млн лет до н.э.). Сказанное означает, что за показанный на рис. 7.2 период времени не

только менялась численность людей на планете, но и происходила их эволюция — люди приспосабливались к внешней среде и приспосабливали внешнюю среду к своим нуждам.

МакФоллс сопровождает свой рисунок следующим комментарием [48; с. 25]:

«For most of human history, world population never exceeded 10 million people (see Figure 10). The death rate was about as high as the birth rate, and the rate of population growth was scarcely above zero».

(На протяжении большей части человеческой истории население мира никогда не превышало 10 миллионов человек (см. Рисунок 10). Уровень смертности был примерно такой же, как и уровень рождаемости, а темпы роста населения были близки к нулю.)

Сказанное можно расценивать так, что эволюционные изменения, которые шли не один миллион лет, все время шли на грани выживания вида — как видно из графика рис. 7.2, а скачок численности приходится, как видно из графика рис. 7.1, в основном на временной отрезок с 1900 по 2100 год продолжительностью примерно 200 лет — это практически мгновенно по сравнению с длительностью периода эволюции.

Численность людей начала заметно увеличиваться примерно с 1700 года, как видно из рис. 7.1, но лишь примерно с 1950 года рост пошел по изображенной на рис. 7.1 логистической кривой — до этого сопротивление среды не позволяло реализовать такую траекторию логистического роста, как после 1950 года. Рост по показанной траектории логистической кривой свидетельствует о том, что человек уже в такой мере приспособился к условиям существования, что они являются теперь для него достаточно комфортными, — что как раз и подтверждается резким увеличением численности — «взрывным» ростом, как видно из рис. 7.1 и рис. 7.2. Если начальный участок роста по логистической кривой определяется биологическими причинами — способностью к размножению и объемом доступных ресурсов, то ограничение численности и выход на плато — на уровень стационарного населения — определяется социальными причинами: желанием людей жить достаточно комфортно и не слишком скудно.

### **состоялся как вид**

Чем заканчивается эволюция вида? С какого момента можно считать, что вид состоялся как вид? Видимо, когда вид занял определенную экологическую нишу и численность его стабилизировалась на некотором уровне. В таком состоянии вид способен существовать длительное время в тех условиях, к которым приспособился. Мы находимся в середине процесса роста до предела своей численности, как видно из рис. 7.1; то есть человек как вид не закончил еще процесс своего становления и в данное время активно и агрессивно занимает свою экологическую нишу, вытесняя из нее некоторые виды.

### **еще один нюанс**

Показанный на рис. 7.2 рост численности населения протекает в условиях эволюции вида. Это еще один фактор, который надо учитывать при попытке найти закон роста населения. Для какого этапа мы хотим найти закон роста: для этапа, когда вид прекратил свою эволюцию или для этапа, на котором вид находится в процессе эволюции? Пирл свои прогнозы относительно будущей численности людей строил, опираясь на доступные ему статистические данные 1800–1940-х годов (см., например, рис. 2.3 выше). Период этот характерен тем, что, как видно из рис. 7.1, начали заметно сказываться усилия людей по улучшению условий своего существования, но этот период не соответствует периоду дальнейшего роста численности по логистической кривой, показанной на рис. 7.1.

### **цепная реакция**

Взрывной рост вызывает ассоциацию с реакцией деления ядер, которая начинается при достижении веществом критической массы. У человечества, видимо, набралась критическая масса факторов, приведших к взрывному росту численности.

## ***Два сценария роста***

Можно выделить два сценария роста численности популяций.

Первый сценарий — когда вид находится в процессе эволюции, формируется как новый вид и при этом размножается. Развитие по этому сценарию проходили все появлявшиеся на

земле в ходе эволюции виды. И все виды, кроме человека, давно достигли предельных значений своей численности.

Второй сценарий — когда вид в процессе размножения не эволюционирует — когда вид уже состоялся как вид, имеет свою экологическую нишу, свой ареал распространения на земле, стационарную, установившуюся численность. В этом случае, когда представители вида попадают на новую, свободную и подходящую территорию, вид быстро осваивается на ней и эффективно размножается. Примеры такого рода: размножение кроликов в Австралии, размножение мух *Drosophila melanogaster* в опытах Пирла. Мы вправе ожидать в таких случаях, основываясь на результатах опытов Пирла и других, роста численности по симметричной логистической кривой в отсутствие помех росту.

При эволюции одновременно осуществляются два процесса: процесс приспособления к окружающей среде и рост численности популяции. Плотность популяции может возрасти не только за счет естественного размножения, но и за счет более эффективного использования ресурсов среды, достигаемого в ходе приспособления к среде. Это означает, что можно ожидать несимметричной кривой роста — типа кривой Гомперца.

Выходит, что, если вид находится в процессе эволюции, можно ожидать роста его численности по S-образной кривой одного вида, а в отсутствие эволюции (при переселении на незанятую, подходящую для жизни территорию или при восстановлении численности после катаклизмов, эпидемий, войн и тому подобное) — по S-образной кривой иного вида.

Высказанное соображение, естественно, нуждается в экспериментальной проверке. Чтобы узнать закон размножения людей, их следовало бы поместить в комфортные условия. Люди в таких условиях размножились бы настолько быстро, что их эволюцией можно было бы пренебречь, а мы бы выяснили по какой траектории росла их численность и, возможно, определили бы закон роста их численности.

### **предельная численность**

На основании анализа имеющегося ряда динамики и неких соображений относительно возможных сценариев развития

событий, исследователь фактически экстраполирует подмеченную им тенденцию за пределы известного ему диапазона изменений во времени исследуемого параметра — продлевает траекторию кривой — и таким образом осуществляет перспективный и/или ретроспективный прогноз. Продлевая на рис. 7.1 кривую роста по закону логистической кривой, мы заключаем, что максимально возможная численность населения земного шара составит в будущем около 12 млрд человек.

А исходя из каких еще соображений может быть определена максимальная численность населения планеты?

Ясно, что предельная численность населения будет зависеть от возможностей планеты, от биологических возможностей людей производить потомство, а также от желания людей производить потомство в том или ином количестве (социальный фактор).

На рис. 7.1 отображен пример предсказания будущей численности на основании уже имеющейся у нас информации о характере роста численности населения. Другой способ определить возможную численность людей заключается в том, чтобы исходить из возможностей самой планеты.

## **СОЛНЦЕ**

Живые организмы, чтобы оставаться живыми, постоянно расходуют энергию. Энергию эту организмы получают (извлекают) извне — из внешней среды. Источником энергии для всего живого на земле в конечном счете является солнце. Жизнь на земле без солнца невозможна. Ученым об этом известно давно. В качестве примера высказывания ученых на эту тему приведем высказывание Тимирязева.

### **Тимирязев**

В своей 5-й лекции *«Объяснение современного строя органического мира и его исторического прошлого существующими причинами»* — одной из 10 публичных лекций, прочитанных в Москве зимой 1890–1891 годов, — физиолог и историк науки, доктор ботаники с 1875 года, профессор Климент Аркадьевич Тимирязев (1843–1920) сказал следующее [140; с. 107–108]:

«Рождается вопрос: количество пищи, которое может доставить поверхность земли, есть ли величина предельная и можем ли мы хоть приблизительно составить себе о ней понятие? Для естествоиспытателя этот вопрос давно решенный, но любопытно, как медленно эти сведения проникают в общество, становятся всеобщим достоянием. В нашей публицистической литературе этот вопрос неоднократно возбуждался и оставался открытым или даже разрешался в отрицательном смысле. Так, например, неоднократно ставился вопрос: что произойдет, когда химия овладеет вполне синтезом пищевых веществ? Не будет ли человек получать их в неограниченных количествах? < ... > Рассуждающие так забывают существование закона сохранения энергии, с которым натуралисту прежде всего приходится считаться. Образование органического вещества из неорганического есть процесс эндотермический, идущий с поглощением тепла, — процесс, связанный с затратой энергии. Но все источники энергии, находящиеся на поверхности нашей планеты в виде запаса, представляют, очевидно, величину предельную, — недаром от времени до времени возникают тревожные толки о том, надолго ли достанет запаса каменного угля. Единственным обеспеченным, ежегодным приходом энергии является лучистая энергия солнца. < ... > А эта величина, в смысле годового прихода, величина предельная, нам хорошо известная. Следовательно, и количество жизни, которое осуществимо на нашей планете, величина предельная».

Пятая лекция была опубликована в 1894 году в журнале «Русская мысль» (Годь пятнадцатый, Книга VII, сс. 90–101 второй части журнала) под общим названием «*Исторический методъ въ биологiи*».

### **Больцман**

Несколько ранее Тимирязева, австрийский физик и философ, доктор философии (Doktor der Philosophie), профессор Людвиг Эдуард Больцман (Ludwig Eduard Boltzmann; 1844–1906), в докладе «*Der zweite Hauptsatz der mechanischen*

*Wärmetheorie*» (Второй закон механической теории тепла), прочитанном 29 мая 1886 года на церемониальном заседании (der feierlichen Sitzung) Императорской академии наук в городе Вене, высказался следующим образом о роли солнца [3; сс. 245–246]:

«Der allgemeine Daseinskampf der Lebewesen ist daher nicht ein Kampf um die Grundstoffe — die Grundstoffe aller Organismen sind in Luft, Wasser und Erdboden im Ueberflusse vorhanden — auch nicht um Energie, welche in Form von Wärme leider unverwandelbar in jedem Körper reichlich enthalten ist, sondern ein Kampf um die Entropie, welche durch den Uebergang der Energie von der heissen Sonne zur kalten Erde disponibel wird».

(Борьба за существование всех живых существ не является борьбой за исходные компоненты — исходные компоненты всех организмов присутствуют в воздухе, воде и почве в избытке, — не борьбой за энергию, которая в форме теплоты, к сожалению непревращаемой, в избытке содержится во всяком организме, — это борьба за энтропию, которая изменяется при переходе энергии от горячего солнца к холодной земле.)

Живые организмы — это упорядоченные структуры той или иной степени сложности и уровня организации, обладающие определенной устойчивостью к внешним воздействиям. Для создания и поддержания своей структуры в упорядоченном состоянии — состоянии с пониженной энтропией — организмам необходимо затрачивать энергию, а энергию эту необходимо откуда-то получать, чтобы затем использовать.

Без энергии организм перестает существовать и разлагается на составные компоненты, на набор элементов, из которых состоял, то есть переходит из состояния организованной структуры (организованной сложности) к состоянию неорганизованной, неупорядоченной, хаотичной структуры. Энтропия, как мера неопределенности состояния, как мера хаотичности, у такой разлагающейся структуры повышается. Таким образом, борьба за энтропию, о которой говорит Больцман, — это борьба за поддержание организма в упорядоченном состоянии, борьба против дезорганизации — борьба за то, чтобы

оставаться в живых. И поддерживается эта борьба в конечном счете за счет энергии солнца.

Таким своим «энтропийным» подходом Больцман определил роль солнца, как источника, способствующего процессам упорядочивания, самоорганизации на планете Земля.

## **Вернадский**

Если Больцман говорил о роли солнца, а Тимирязев — о том, что количество всего живого (объем живого вещества) на Земле величина предельная и зависит от того количества энергии солнца, которое может быть потреблено живым веществом, то ученый-энциклопедист, академик Владимир Иванович Вернадский (1863–1945) в своем труде *«Очерки геохимии»* привел оценочную величину массы живого вещества Земли [98; сс. 181–182]:

«Вся масса живого вещества едва ли много превышает 0,1% земной коры, т.е.  $2 \cdot 10^{16} t$ ; она наверное меньше, ибо, предполагая 100  $t$  сухого органического вещества, отвечающего живым организмам на гектар, мы получим  $5,1 \cdot 10^{12} t$  на всю биосферу».

Здесь же Вернадский говорит о том, что количество живого вещества практически не меняется на протяжении всей истории Земли [98; сс. 182–183]:

«Изучая историю развития Земли, мы наталкиваемся на факт огромной важности, последствия которого обыкновенно не замечаются: факт постоянства химического облика земной коры в течение всего геологического времени. < ... > Отсюда необходимо заключить, что геохимические явления не изменились заметным образом со времени архейских эр. Из этого также следует, что средние количества и состав живого вещества остались приблизительно одинаковыми в течение всего этого непостижимого по длительности времени. < ... >

Таким образом количество живого вещества повидимому является планетной константой со времени архейской эпохи, т. е. за все дление геологического времени».

То, что масса живого вещества на Земле почти постоянна на протяжении миллионов лет, означает, что за время своего существования, все живое давно заполнило все возможные для его обитания ниши. То есть:

$$M = m_1 + m_2 + \dots + m_n + m_{HS} = \text{const}, \quad (7.1)$$

где  $M$  — суммарная масса живого вещества на земле (постоянная величина);  
 $m_{HS}$  — масса вида *Homo sapiens* (людей).

Сумма  $m_1 + m_2 + \dots + m_n$  — суммарная масса всех видов, кроме человека.

По современным оценкам масса  $M$  живого на земле (Mass of living matter in the biosphere) составляет  $3,6 \cdot 10^{17}$  г.<sup>40</sup>

Из формулы (7.1) видно, что увеличение массы (численности) одного вида должно сопровождаться уменьшением численности или исчезновением другого вида (или нескольких видов), чтобы соблюдалось условие:

$$M = \text{const.}$$

«Прибавляем в весе» сегодня только мы, люди, и своим распространением вытесняем других. Процесс вытеснения и уничтожения других видов будет продолжаться до тех пор, пока человечество не стабилизирует свою численность на некотором уровне: поскольку масса живого вещества постоянна, то, согласно законов сохранения, где чего сколько прибудет, столько другого в ином месте убудет.

### **Пищевая цепь**

Зеленые растения добывают себе питательные вещества из почвы и из воздуха, затрачивая на это получаемую от Солнца путем фотосинтеза энергию. Растениями питаются многочисленные травоядные животные, которые сами служат

---

<sup>40</sup> см. с. 537 (APPENDIX C. *Some Useful Constants for Lithosphere, Hydrosphere, Atmosphere and Biosphere.*) в: Teh Fu Yen (1927–2010). *Chemical Processes for Environmental Engineering.* — London (UK): Imperial College Press, 2007. — xvi + 549 p.

пищей для хищников. Таким образом образуется пищевая цепь в которой представители предыдущего звена являются пищей для последующего.

Зная, сколько человечеству необходимо для пропитания представителей растительного и животного мира (зная типовую длину пищевой цепи для человека), и зная, сколько зеленой среды и какие виды животных человечество желает иметь в своем окружении — оставить не съеденными или не уничтоженными из эстетических или иных соображений, — можно вычислить максимально возможную массу человечества на земле. Поделив найденное число на усредненный вес человека найдем максимально возможную численность людей земного шара.

Если человечество перейдет на искусственную пищу и на использование напрямую (непосредственно) энергии солнца для своих нужд, его численность будет определяться только социальными факторами, а видовое разнообразие окружающей среды будет определяться величиной среды, которую человечество выделит для этих видов.

А если, к примеру, появится следующий после *Homo sapiens* вид, — некий осмысливший себя и свое окружение интеллект *X-sapiens* — в виде, например, рассредоточенного информационного поля типа Интернета (*пространство мыслящее*), он отберет у человечества и у других видов часть ресурсов и места для себя и, как и человек, будет использовать нижележащие иерархические уровни живого в своих целях и определять для них — в том числе и для человека — величину пространства обитания.

### Социальные факторы

Можно выделить два теоретических уровня, на которых численность населения перестает расти — биологический и социальный. Об этом, например, пишут профессор экономики Ирма Сейдл (Irmi Seidl; 1962–) и профессор экономики Клемент Аллан Тисделл (Clement Allan Tisdell; 1939–) в своей статье «*Carrying capacity reconsidered: from Malthus' population theory to cultural carrying capacity*» (Переосмысление емкости среды: от теории Мальтуса к емкости культурной среды) [74]. Они, в частности, отмечают [74; с. 403]:

«The application of carrying capacity to the human species requires the recognition that the carrying capacity is foremost socially determined, rather than biologically fixed due to the important influence of human consumption patterns, technologies, infrastructure, and impacts on the environment or food availability. This is captured by the differentiation between biophysical carrying capacity ( $K_B$ ) and social carrying capacity (cultural or human carrying capacity,  $K_S$ ), and the acknowledgement that the former can only be higher or equal than the latter ( $K_B \geq K_S$ )».

(Приложение <концепции> несущей способности (потенциальной емкости) к человечеству требует признания того, что несущая способность — из-за важного влияния моделей потребления, технологий, инфраструктуры и воздействия на окружающую среду или доступности продовольствия — является прежде всего социальной, а не биологически обусловленной. Это связано с различием между биофизической несущей способностью ( $K_B$ ) и социальной несущей способностью (культурной или человеческой несущей способностью,  $K_S$ ), а также признанием того, что первое может быть только выше или равно последнему ( $K_B \geq K_S$ .)

Биологический уровень определяется возможными ресурсами пищи, как источника энергии, необходимой для поддержания существования вида. Социальный уровень определяется уровнем комфорта, при котором человечество желает существовать: у нас нет желания жить в некомфортной среде, лишенной всякой привлекательности — в тесноте, слишком скученно, без зелени и воды вокруг нас, в условиях неподходящего климата etc. Социальные факторы будут определять сколько видов животного и растительного мира люди согласны уничтожить и сколько оставить. Социальными условиями и будет определяться средняя плотность населения земли.

### **Кривая Гомперца**

Раз уж мы совмещали логистическую кривую с кривой роста численности населения земного шара, то попробуем совместить с кривой роста и кривую Гомперца. За основу

возьмем представленную нами ранее во второй главе формулу вида

$$y = ke^{-e^{a-bx}}.$$

Уравнение, которое в данном случае описывает кривую Гомперца в общем виде и после определения и подстановки найденных значений коэффициентов, выглядит у нас следующим образом:

$$N = N_0 + Ke^{-e^{-r(t-T)}} = 1,8 + 10,272e^{-e^{-0,023(t-1993)}},$$

- где  $N$  — численность населения на текущий момент времени (млрд чел.);  
 $N_0$  — уровень нижней асимптоты кривой Гомперца (млрд чел.);  
 $K$  — верхняя асимптота кривой Гомперца (млрд чел.) — ограничивает совместно с  $N_0$  предельную численность  $N_m$  населения значением:  $N_m = N_0 + K$ ;  
 $e$  — основание натуральных логарифмов;  
 $r$  — коэффициент, от которого зависит скорость роста кривой — растягивает или сжимает кривую Гомперца по горизонтали;  
 $t$  — текущее время (годы);  
 $T$  — постоянная; перемещает кривую Гомперца по горизонтали.

Совмещенные кривые показаны на рис. 7.3. Круговыми маркерами отмечена кривая роста численности населения мира, кривая Гомперца отмечена крестообразными маркерами. Примерно с 1950 года кривые хорошо совпадают. Как видим две разные кривые — логистическая и кривая Гомперца достаточно хорошо совпадают с определенным участком реальной, фактической кривой роста. В этом ничего удивительного нет и о такой возможности мы ранее писали.

Чтобы выяснить с какой из теоретических траекторий будет совпадать от начала до конца кривая фактического роста

численности населения земли, необходимо провести дополнительный опыт в оптимальных для людей условиях. Затем можно будет сделать заключение о наличии или отсутствии того или иного закона роста населения.

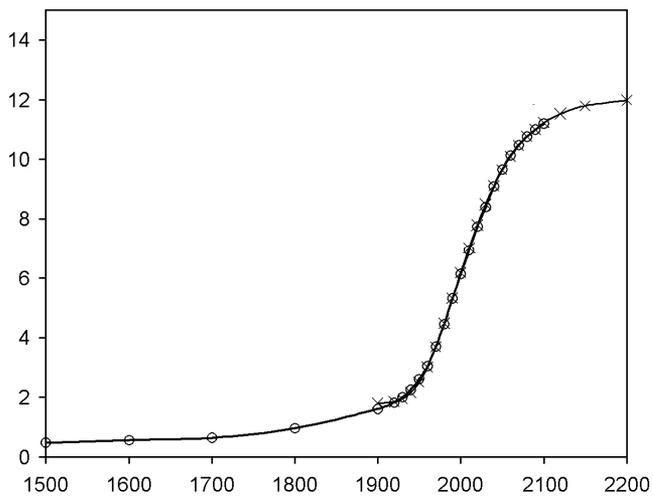


Рис. 7.3. Совмещение кривой роста населения мира и кривой Гомперца

- кривая с круговыми маркерами — фактическая динамика численности населения;
- кривая с крестообразными маркерами — кривая Гомперца

## Глава VIII

### ЛОГИСТИКА

Те, кто далек от рассматриваемой нами тематики, иногда спрашивают о том, какая разница между логистической кривой и логистикой. Это одно и то же или нет?

Нет, это не одно и то же.

Логистическая кривая — это линия на графике, которая отображает процесс развития какого-либо явления — от самого начала процесса и до предела его развития.

Теперь о логистике.

#### **Логистика и экономика**

Часть людей в обществе заняты тем, что производят то, что нужно всему обществу. Сфера, в которой они заняты, обозначается термином «производство». Для того, чтобы то, что произведено, попало к тем, кому оно нужно, существует сфера, в которой происходит передача результатов производства (продукта; продукции) от производителя к потребителю. Чтобы обозначить сферу, в которой происходит операция или процесс передачи продукта (товара) от производителя к потребителю или механизм, который сводит вместе производителя и потребителя, употребляются слова «рынок», «торговля». Вместе сферы производства и передачи (или перераспределения) продукта называются одним словом «экономика». Экономика здесь выступает как вид хозяйственной деятельности общества. Существует наука, которая исследует, что

происходит в экономике и как она функционирует. Наука эта, естественно, тоже носит название «экономика».

Понятно, что то, что произведено, нужно доставить туда, куда нужно или хранить где-то пока его не востребуют. На проблемы перевозки и хранения до поры до времени не обращали особого внимания. А когда обратили, то все, что связано с перемещением и хранением продукции стали называть логистикой.

### **Логистика как вид практической деятельности**

Словом «логистика» обозначается вид деятельности, связанный с перемещением и хранением результатов труда производителей (в том числе все, что связано с перемещением сырья на производство). Перемещение сырья от источников сырья на производство и продукции от производства к потребителю образуют потоки перемещения материальных ценностей — материальные потоки.

Поскольку в логистике осуществляется управление материальными потоками, то в системе управления этими потоками должна циркулировать информация о том, что происходит с материальными потоками, чтобы контролировать процесс и управлять им.

Этот поток информации или информационный поток есть совокупность циркулирующих в логистической системе сообщений, необходимых для управления логистикой и контроля логистических операций.

Совокупность участников логистической цепи (поставщиков сырья, предприятий-производителей, транспортных, торговых организаций, перевалочных баз, складов etc) образуют логистическую систему. Логистическая система по составу участников и по алгоритму функционирования организовывается так, чтобы выполнялись основные задачи логистики.

Логистика может рассматриваться либо как деятельность по перемещению и хранению продукции (товаров), либо как деятельность по планированию, организации и управлению перемещением товаров (материалопотоков), либо как деятельность по исследованию, изучению методов и способов организации процессов перемещения и хранения, либо как деятельность, включающая все перечисленные виды деятельности.

Из сказанного можно заключить, что когда речь заходит о перемещении и хранении материальных ценностей, то логистика — это деятельность по перемещению в пространстве и временному хранению в неких пунктах созданных материальных ценностей.

Если речь идет только об управлении материальными потоками, то управлением занимается определенная группа людей — управленцы, менеджмент и/или автоматы. Логистика в этом случае — это процесс управления материальными потоками и процесс управления хранением материальных ценностей.

Управлять можно потоками материальных ценностей, финансовыми потоками, информационными etc.

Существует множество определений логистики, так как определение может относиться либо ко всей системе логистики, либо к какому-либо звену системы. Так, существует производственная логистика, транспортная, складская, закупочная, информационная, экологическая, таможенная, муниципальная и многие другие. В формулировках (определениях) может указываться, что логистика — это сфера деятельности; это система; это процесс; это управление; это наука etc.

Возможны, таким образом, частные и общие определения понятия «логистика».

Одно из общих определений: логистика — это разновидность экономической деятельности по созданию и обеспечению функционирования инфраструктуры товародвижения: создание и организация функционирования сферы обращения продукции, товаров, услуг; организация процесса продвижения товаров и услуг от поставщиков к потребителям; работа с товарными запасами.

Более коротко: логистика — это направление научно-практической деятельности, целевой функцией которой является организация, обеспечение функционирования и сквозная организационно-аналитическая оптимизация экономических потоковых процессов.

### **Логистика как наука**

Как и обычно, при появлении нового вида человеческой деятельности или при попытках усовершенствовать уже

имеющийся, появляется группа людей — группа ученых, которые начинают изучать проблему и искать пути улучшения, совершенствования этой деятельности. Возникает прикладная наука, сопровождающая данный вид деятельности, обеспечивающая его теорией, показывающей возможные пути развития и совершенствования данного вида деятельности.

Применительно к логистике это означает, что появляется прикладная наука, обслуживающая, обеспечивающая практическую (хозяйственную) логистику. Наука эта также имеет название «логистика». Логистика, в этом случае, — это раздел экономической науки, предмет которой заключается в изучении процесса продвижения товаров и услуг от поставщика (производителя) к потребителю, поиск и предложение более эффективных способов организации логистики.

Подробнее о логистике можно узнать из учебников под названием «Логистика».

## КИБЕРНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Увеличение численности народонаселения — это переход от некоего начального уровня к некоему конечному; об этом говорилось в главе I — см., например, рис. 1.1, где показан переход с условно нулевого на условно единичный уровень.

А существуют ли иные объекты или системы, в которых можно наблюдать процессы перехода с одного уровня на другой? Конечно существуют. Это, к примеру, очень широкий класс технических устройств — реальные технические системы автоматического регулирования, повсеместно и широко используемые. В таких системах процесс перехода из одного состояния в другое — так называемый переходный процесс или переходный режим — это нормальная фаза функционирования этих систем, это реакция системы на воздействие на систему.

Простейшая блок-схема системы автоматического регулирования приведена на рис. 9.1.

Система автоматического регулирования (САР) — это на рис. 9.1 прямоугольник  $P$ . Все, что за пределами прямоугольника — это окружающая среда. Входы  $x$  и  $y$  — это информационные входы системы;  $D$  — помехи работе САР;  $U$  — энергия, необходимая для работы САР;  $N$  — результат (продукт) деятельности САР.

На вход  $x$  поступает информация, которая предписывает системе, что ей необходимо делать и какие параметры должен

иметь продукт на выходе  $N$  САР; информация на входе  $x$  — это входное (информационное) воздействие САР.

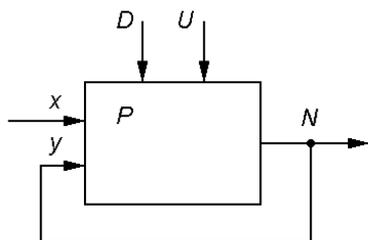


Рис. 9.1. Блок-схема САР

Можно полагать, что на выходе  $N$  САР присутствует два компонента: продукт  $N$  деятельности САР и информация  $y$  о продукте. Продукт  $N$  как-то влияет на окружающую среду, а информация о продукте или о каком-либо параметре продукта поступает по цепи обратной связи на вход  $y$  САР.

САР сравнивает информацию, поступающую по входам  $x$  и  $y$  и определяет, соответствуют ли параметры продукта  $N$  на выходе предписываемым. Если нет, САР изменяет параметры до тех пор, пока они не станут соответствовать требуемым.

### Особь и популяция

Особь  $n$  какого-либо вида — это система; популяция  $P$ , как сумма особей  $n$ , — это тоже система. Обе системы могут быть представлены одной и той же блок-схемой рис. 9.1. Особь  $n$  и популяция  $P$  находятся в окружающей среде — в своей экологической нише. Среда и особь (или популяция) между собой как-то взаимодействуют: особь (популяция) от внешней среды потребляет энергию, противодействует воздействию негативных факторов со стороны внешней среды, использует что-то из внешней среды в своих целях. Во внешнюю среду особь (популяция) сбрасывает отходы своей жизнедеятельности и что-то меняет в среде, приспособливая ее для своих нужд — делает убежища для себя, гнезда, норы, плотины etc. И тем самым влияет на состояние окружающей

среды — нарушает ранее установившийся порядок. Одним словом — увеличивает энтропию вокруг себя.

Задача особи (выход  $N$  системы типа «особь») — сохранение своей жизнеспособности. В нормальных условиях получаем на выходе  $N$  здоровую особь  $n$  и результаты ее жизнедеятельности — изменения, которые особь производит в окружающей среде. Задача популяции — увеличение численности популяции (выход  $N$  системы типа «популяция», где  $N$  — численность популяции). При половом размножении особь не может в одиночку реализовать такую функцию, как размножение — она может быть реализована только на уровне системы типа «популяция». Поэтому популяция — это система более высокого иерархического уровня, чем особь.

Информационный вход  $x$  особи достаточно высокого уровня организации — млекопитающих, например, — это многоканальный вход. Информация о состоянии внешней (окружающей) среды и внутренней среды самой особи воспринимается датчиками, которые у особи объединены в каналы — органы чувств. Например, такой орган чувств, как осязание имеет множество датчиков-рецепторов на всей поверхности кожи, в мышцах, слизистых оболочках. Если датчики неисправны, информация не воспринимается и система на изменения, происходящие во внешней среде и в самой системе, не реагирует. Человек, например, не уберет руку из пламени огня, несмотря на ее повреждения, если информация о повреждениях к нему не поступает. То есть особь реагирует не непосредственно на физическое воздействие, а только на информационное представление этого воздействия — на сигналы от датчиков-рецепторов о том, что производится определенный вид воздействия на систему типа «особь».

Реакция на воспринятую информацию — это в той или иной мере вынужденная реакция. То есть воспринятая информация принуждает особь совершать определенные действия — реагировать на входные информационные сигналы. Степень принуждения особи к реакции на воспринятую информацию зависит от важности информации. Особо следует отметить генетически заложенное в систему «особь» требование к осуществлению действий по продолжению рода; и особенно это требование касается особей мужского пола: если бы это

требование не работало как абсолютный императив (как требование к совершению действия в силу абсолютного должностования), вид бы вымер. Этим, генетически заложенным принуждением к действиям, направленным на продолжение рода, можно частично объяснить факты осуществления со стороны мужчин насилия в отношении женщин. То, что при этом одна из сторон нарушает права другой, и что такое поведение недопустимо для представителя вида *Homo sapiens* — единственного вида, находящегося на более высоком иерархическом уровне по отношению к другим видам животного мира, — не принимается во внимание особой мужского пола.

Источник принуждения к продолжению рода (задающее воздействие, датчик) находится внутри особи в виде жестко записанной программы действий, но поскольку на эту программу нельзя повлиять и нельзя удалить, она для особи является как бы внешним воздействием на систему — воздействием по входу  $x$  на рис. 9.1.

Помехи  $D$  (внешние или внутренние по отношению к особи) — это все, что мешает реализации целей и осуществлению текущей деятельности особи: катаклизмы, эпидемии, конкуренция за ресурсы, дисфункция самой особи etc.

Все пояснения относительно особи справедливы и для популяции, как суммы особей.

### **Обеспечение энергией**

Рассмотрим, как особь или популяция обеспечиваются энергией — схема обеспечения приведена на рис. 9.2.

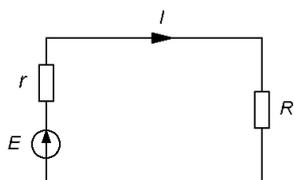


Рис. 9.2. Схема снабжения САР энергией

Схема представляет собой замкнутую электрическую цепь, состоящую из последовательно соединенных источника энергии  $E$  и сопротивлений  $r$  и  $R$ .

Источником энергии  $E$  для особи являются объекты внешней среды, по отношению к которым особь выступает в роли хищника. Соответственно, объекты, которые являются источниками энергии для хищника, являются его жертвами. Особь-жертва на схеме рис. 9.2 представлена источником энергии  $E$  и последовательно соединенным с ним сопротивлением  $r$ .

Резистор  $r$  на схеме — это внутреннее (активное) сопротивление источника энергии  $E$ . Активное (безреактивное) сопротивление в теории электрических цепей — это элемент, на котором безвозвратно рассеивается энергия. Резистор  $r$  на самом деле находится внутри источника, но на схемах отображается как вынесенный за его пределы.

Наличие сопротивления  $r$  характеризует потери энергии в самом источнике при передаче энергии от источника к потребителю — от жертвы к хищнику. Не существует идеальных источников энергии, поэтому часть энергии всегда тратится в самом источнике при ее передаче потребителю.

Переносчиком энергии от источника энергии к потребителю на электрических схемах является электрический ток  $I$  в цепи (направление тока показано стрелкой на рис. 9.2).

Переносчиком энергии между жертвой и хищником является материал жертвы, который потребляется хищником и из которого затем выделяется и используется заключенная в нем энергия. Жертва, как источник энергии, не усваивается хищником на 100% — всегда имеются не усвоенные (не переработанные) отходы материала; эти потери для системы «хищник-жертва» могут трактоваться, как потери на сопротивлении  $r$ .

Сопротивление  $R$  на схеме — это потребитель энергии — хищник. Таким образом, резистору  $R$  на схеме поставлена в соответствие особь (или популяция) определенной массы тела (или масса популяции). Чем больше масса и чем активнее образ жизни, тем больше энергии необходимо для обеспечения жизнедеятельности. Наличие активного сопротивления означает, что хищник безвозвратно потребляет энергию.

Схема, как видим, чрезвычайно проста и самоочевидна. Рассмотрим ее более детально.

Более детальная схема снабжения особи (или популяции) энергией приведена на рис. 9.3. Обозначения здесь такие же как и на рис. 9.2:  $E$  — это источник энергии,  $r$  — внутреннее

сопротивление источника энергии  $E$  (жертвы), а  $R$  — это потребитель энергии (хищник).

Наличие сопротивления  $R$  характеризует процесс постоянного расходования энергии хищником в процессе своей жизнедеятельности; при этом часть энергии хищник тратит на поиск и усвоение пищи, часть — на поддержание своей жизнедеятельности, на поддержание своего организма в пределах нормы, часть энергии тратит на противодействие давлению среды, — например, на противодействие своим врагам, конкурентам, соперникам, на защиту и спасение от хищников, а часть энергии запасает в организме и использует затем при необходимости.

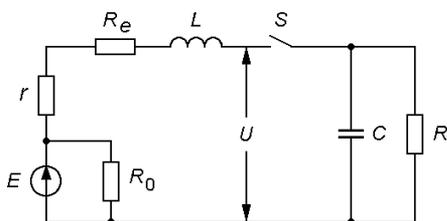


Рис. 9.3. Полная схема обеспечения САР энергией

В идеальном источнике энергии часть энергии выделяется на внутреннем сопротивлении только в том случае, когда источник подключен к потребителю энергии, то есть когда через источник течет ток. В реальных источниках всегда существуют токи утечки, то есть источник постепенно теряет энергию, даже если никто от него энергию не потребляет. На схеме такое положение отображается подключением дополнительного сопротивления параллельно источнику. Применительно к системе «хищник-жертва» сопротивление  $R_0$  на рис. 9.3 — это жертва определенной массы; рассеивание энергии на  $R_0$  — это затраты энергии жертвой на свои нужды — на те же нужды, что и у хищника.

Передача энергии при встрече хищника с жертвой происходит в общей для них среде обитания. Внешняя среда, таким образом, является связующим звеном между хищником и его

жертвой; на рис 9.3 — это участки схемы, соединяющие  $R$  с  $E$ . Как и любые линии связи, эти участки обладают собственным сопротивлением, обозначенным на электрической схеме на рис. 9.3 как сопротивление внешней среды  $R_e$ .

Процесс потребления энергии хищником носит дискретный характер и когда хищник не занят восполнением энергии, это соответствует разомкнутому состоянию ключа  $S$  на рис. 9.3. Ключ замыкается когда хищник выходит на охоту. Начинается процесс поиска жертвы, которому противится внешняя среда, а затем и жертва.

Схему рис. 9.3 точнее было бы представить в виде трех, отражающих последовательные этапы: когда хищник выходит на охоту и преодолевает сопротивление среды при поиске жертвы (чтобы обнаружить жертву) — одна схема; когда хищник обнаружил жертву и преодолевает ее сопротивление тому, чтобы стать добычей хищника — это вторая схема; и — когда хищник употребил жертву в пищу и энергия, содержащаяся в материале жертвы передается хищнику, то есть когда источник энергии самого хищника пополняется новой дополнительной энергией (подзаряжается) за счет энергии, содержащейся в жертве — третья схема. Но мы будем считать, что суть происходящих процессов — сопротивление среды и жертвы и потребление энергии жертвы — схема 9.3 отражает.

Сопротивление среды выражается в том, что для того, чтобы найти жертву нужно порой затратить достаточно много энергии на перемещение в окружающей среде, на преодоление встречающихся на пути препятствий, на поиски добычи в среде, которую жертва использует в своих интересах, чтобы стать более недосыгаемой для хищников.

После обнаружения добычу нужно настичь и победить, на что также нужно затратить энергию. Поскольку жертва противится тому, чтобы стать добычей, такое противодействие можно приписать резистору  $r$  на рис. 9.3, чтобы не вводить еще один резистор в схему.

Таким образом, чтобы пополнить запасы энергии, хищнику необходимо преодолеть сопротивление среды  $R_e$  и сопротивление жертвы  $r$ . Если на поиск пищи затрачивается больше энергии, чем имеется у хищника в виде ранее накопленных запасов, то хищник погибает от истощения.

Так как часть энергии  $E$ , содержащейся в жертве, тратится на собственные нужды жертвы, а часть теряется в окружающей среде, то доступная для особи-хищника (или для популяции) часть энергии показана на рис. 9.3 и на рис. 9.1 в виде напряжения  $U$ .

Источником энергии для популяции  $P$ , как суммы особей-хищников, является сумма особей-жертв. Сумма особей-хищников представляется в этом случае параллельным соединением резисторов  $R$  каждой особи (и емкостей  $C$  на рис. 9.3, но об этом — ниже): отдельные особи одного вида в природе существуют совместно, «параллельно» и потому на схеме могут быть представлены в виде параллельно соединенных электрических схем отдельных особей.

Чем больше численность популяции жертв, тем больше их суммарная энергия  $E$  и тем меньше общее сопротивление их параллельно соединенных индивидуальных сопротивлений  $R_0$ , а также параллельно соединенных сопротивлений  $r$ . Меньшее общее сопротивление означает, что хищнику легче добыть добычу, когда жертв много. Доступная для популяции хищников часть энергии обозначена, как и на схеме для особи, также буквой  $U$ . Если численность популяции хищников достаточно велика, можно считать, что ключ  $S$  постоянно замкнут и в популяцию непрерывно поступает энергия: члены популяции потребляют энергию не в одно и то же время.

### **R-L-C схема**

Из рис. 9.2 не видно, где аккумулируется та часть энергии, что запасается в организме особи и которую она использует в перерывах между приемами пищи. В качестве элементов-накопителей в электротехнике обычно показывают конденсаторы. Поэтому для особи-хищника необходимо подключить параллельно резистору  $R$  конденсатор  $C$  (как на рис. 9.3). Конденсатор  $C$  обеспечивает особь энергией в перерывах между приемами пищи — разряжается на резистор  $R$ . На рис. 9.2 все, что в организме жертвы представляет собой источник энергии для хищника, показано в виде источника  $E$  и конденсатор-накопитель  $C$  находится в составе источника  $E$ , но так как мы рассматриваем схему поставок энергии от источника к потребителю (от жертвы к хищнику), то на электрических схемах

источник энергии (электродвижущей силы, напряжения) обозначается так, как показано на рис. 9.2. Если источник разряжается до уровня ниже критического, особь погибает. Если заготовленные запасы пищи особь хранит во внешней среде, то можно считать, что емкость  $C$  включает эти внешние запасы, а можно добавить в схему дополнительную емкость, относящуюся только к внешней среде — сути это не меняет.

Кроме отмеченного, конденсатор вводится в схему, чтобы показать, что организм обладает инерцией и реагирует на внешние или внутренние воздействия с некоторым замедлением, запаздыванием.

Кроме емкости в схему можно ввести и индуктивность  $L$ . Функция индуктивности — противодействовать процессам, происходящим в схеме. И чем сильнее, резче воздействие, тем сильнее противодействие. Такую реакцию на хищника демонстрирует жертва.

Характер взаимодействия  $САР$  со средой зависит от соотношения величин  $r$ ,  $R_e$ ,  $R$ ,  $L$  и  $C$ .

Индуктивность  $L$  на рис. 9.3 — это суммарная индуктивность жертвы, среды и хищника и отображает противодействие каждого из них воздействиям на них. Все резисторы, стоящие на пути передачи энергии от жертвы к хищнику (в том числе сопротивление  $R$  самого хищника) можно заменить одним суммарным резистором. То же в отношении конденсаторов: можно в схеме оставить один, емкость которого равна сумме всех емкостей схемы. Эквивалентная схема в таком случае может состоять из последовательно соединенных источника энергии  $E$ , резистора  $R$ , индуктивности  $L$  и конденсатора  $C$ . Схема менее соответствует реальным взаимоотношениям между жертвой и хищником, но яснее отображает суть происходящих при их взаимодействии процессов.

Если подключить такую  $R$ - $L$ - $C$  цепь, то есть цепь из последовательно соединенных активного сопротивления  $R$ , индуктивности  $L$  и конденсатора  $C$  к источнику постоянного напряжения  $U$ , в цепи начинается переходный процесс, когда падения напряжений на резисторе ( $u_R$ ), конденсаторе ( $u_C$ ) и на индуктивности ( $u_L$ ) будут изменяться в течение некоторого (теоретически бесконечно большого) времени, а вид траекторий изменяющихся напряжений ( $u$ ) будет

зависеть от соотношения значений элементов  $R$ ,  $L$  и  $C$ . Общий вид уравнения переходного процесса — это уравнение (9.1).

$$Ri + \frac{1}{C} \int_0^t idt + L \frac{di}{dt} = U \quad (9.1)$$

Здесь  $i$  — ток в цепи,  $Ri$  — падение напряжения на активном сопротивлении  $R$ , второе слагаемое в формуле описывает процесс изменения напряжения на интеграторе-накопителе энергии (на емкости  $C$ ), третье слагаемое описывает процесс изменения напряжения на дифференциаторе: падение напряжения на индуктивности  $L$  прямо пропорционально скорости изменения тока через индуктивность. Как видим, выражение (9.1) — это закон Ома, в который добавлено время.

До подключения к источнику  $U$  падения напряжений на элементах схемы равны нулю. После окончания переходного процесса сумма напряжений на элементах схемы становится равной напряжению источника  $U$ .

Характер переходного процесса может быть либо аperiodическим, либо колебательным — от достаточно быстро затухающих до незатухающих вообще колебаний и определяется соотношением значений (величин) сопротивления  $R$ , индуктивности  $L$  и конденсатора  $C$ . Если

$$R \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (9.2)$$

то переход к новому состоянию — изменение напряжения, например, на емкости  $C$  — будет происходить без колебаний, аperiodически. Если

$$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (9.3)$$

то режим перехода будет колебательным.

Как видим одна и та же схема при изменении номинала только одного резистора позволяет получить множество траекторий перехода системы от одного состояния к другому.

Более подробный анализ  $R$ - $L$ - $C$  цепей (схем) можно найти в большинстве учебников по теории электрических цепей.

### **Динамика системы**

Любая реальная система инерционна в той или иной мере. Это означает, что для достижения результата необходимо некоторое время: не может САР нагреть мгновенно воду до нужной температуры, автомобиль — разогнаться до нужной скорости, человек — мгновенно стать взрослым.

Активные сопротивления не создают задержек при работе САР — выходной параметр  $N$  САР при наличии в системе только активных сопротивлений может меняться без задержек во времени, повторяя в точности форму (траекторию) входного сигнала.

Инерционность САР обусловлена наличием в системе реактивных компонентов — сопротивлений емкостного и индуктивного характера. Любая пара проводов схемы — это обкладки конденсатора некоторой емкости. Любой провод схемы обладает собственной индуктивностью. Именно из-за наличия реактивных компонентов  $L$  и  $C$  — паразитных в данном случае — траектория выходного параметра (сигнала) не может в точности повторить траекторию входного сигнала САР.

### **Динамические звенья**

При расчете систем автоматического регулирования звенья систем (функциональные узлы) различаются не по их конкретной природе — механической, физической, химической, биологической или иной, — а по их динамическим свойствам. Существует набор типовых динамических звеньев. Будучи соединены между собою в той или иной конфигурации, звенья обеспечивают ту или иную регулировочную характеристику САР — ту или иную траекторию перехода системы из одного режима функционирования к другому. Например, пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) закон регулирования обеспечивается соединением трех звеньев: пропорционального, интегрального и дифференциального.

Уравнение пропорционально-интегрально-дифференциального регулятора системы автоматического регулирования выглядит следующим образом [1; с. 64]:

$$N = kx + \frac{1}{T_i} \int_0^t x dt + T_d \frac{dx}{dt} \quad (9.4)$$

где  $x$  — входной сигнал регулятора;  
 $N$  — выходной сигнал регулятора;  
 $k$  — коэффициент передачи (усиления) пропорционального звена;  
 $T_i$  — постоянная интегрирования;  
 $T_d$  — постоянная времени дифференцирующего звена.

На практике долевой вклад в процесс управления САР со стороны интегрального и дифференциального звеньев устанавливается их коэффициентами передачи, не показанными в уравнении (9.4).

Из уравнений (9.1) и (9.4), видно, что поведение регулятора аналогично поведению  $R-L-C$  цепи во время переходного режима.

Настройкой элементов звеньев можно в широких пределах менять вид траектории перехода системы от одного состояния к другому. То есть, не меняя схемы САР, можно реализовать множество траекторий перехода системы автоматического регулирования с уровня на уровень. Некоторые из возможных траекторий показаны на рис. 9.4.

Траектории 1–4 — это траектории перехода САР из одного состояния в другое при различающихся настройках САР — переходы с условно нулевого 0 на условно единичный 1 уровень. По горизонтали отложено время  $t$ , по вертикали — значение регулируемого параметра  $N$ . Логистическая кривая на рис. 9.4 обозначена точечными маркерами.

Чтобы получить переходную кривую, на вход САР подается скачкообразный сигнал — сигнал, скорость изменения амплитуды которого намного превосходит скорость реакции САР на этот сигнал.

Мы видим, что логистическая кривая не совмещается ни с одной из кривых САР — имеет иной характер кривизны. Кривая Гомперца тоже не совмещается, хотя неплохо совпадает с

кривой 3, начиная с уровня 0,2 и до единичного; кривая не показана на рис. 9.4, чтобы не загромождать график.

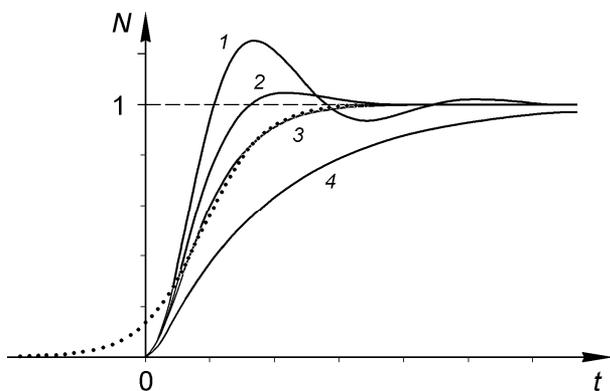


Рис. 9.4. Траектории переходного режима САР

Различные формы кривых роста популяций — в том числе кривую с колебательным процессом установления на новом уровне, приводит, например, профессор экологии Юджин Одум (Eugene Pleasants Odum; 1913–2002) в своей книге «Basic Ecology» (Основы экологии), написанной в манере учебника [52; Fig. 6-10, с. 320].

### Почему

Почему логистическая кривая не совпадает ни с одной из возможных кривых переходного режима САР — все они имеют иной, нежели у логистической кривой, характер перехода с уровня на уровень? Почему какая-то абстрактная кривая — логистическая — совпадает с кривыми роста мух в опытах Пирла, а реальные кривые переходных процессов САР — не совпадают? И переходные процессы в САР, и рост численности мух — это реальные, встречающиеся в реальной жизни процессы. Почему они выглядят по-разному?

Может быть одна из причин заключается в следующем. Параметры системы САР, будучи настроенными, в процессе работы остаются неизменными, то есть значения элементов  $R$ ,  $L$  и  $C$  схемы (или параметры интегратора, дифференциатора

и пропорционального звена САР) при переходном режиме не меняются. При росте же популяции емкость  $C$  — в схеме на рис. 9.3, например, — увеличивается, а величина сопротивления  $R$  уменьшается, так как с увеличением числа особей увеличивается число параллельно соединенных электрических схем особей и, следовательно, элементов их схем; при этом увеличивается суммарная емкость  $C$  и уменьшается суммарное сопротивление  $R$ .

Поэтому схемы САР при достаточной мощности источника энергии способны достаточно эффективно накапливать (в реактивных элементах) энергию уже на начальных участках траекторий, что находит свое отражение в резком возрастании траекторий кривых переходного процесса. Популяция же в начале процесса имеет малое количество особей (начальную численность) и потому обладает большим сопротивлением  $R$  и малыми значениями емкости  $C$  (накопителей энергии) и не может накапливать энергию (и массу) в больших количествах в начале траектории, что и ограничивает скорость роста.

### **Метод электрических аналогий**

Если Адольф Кетле в XIX веке был убежден в необходимости использования метода механических аналогий при моделировании явлений различной природы, то в XX веке стал широко применяться метод электрических аналогий (метод электроаналогий). Метод электроаналогий основан на том, что математическое описание электрических процессов часто совпадает с описанием процессов в объектах иной, не электрической природы. Это позволяет исследования явлений в неэлектрических системах заменять (по принципу аналогии) исследованиями явлений в электрических цепях, составленных из источников и потребителей, из активных (усилителей, преобразователей) и пассивных компонентов, из активных и реактивных элементов электрической цепи.

Поэтому особь и популяция и их взаимодействия с внешней средой, их динамика могут быть представлены электрической схемой, содержащей элементы  $R$ ,  $L$ ,  $C$  или схемой САР, а рост численности населения может быть представлен как переходный режим работы схемы или САР. Здесь переходный режим работы, как переход из одного состояния в другое, —

это реакция электрической схемы или системы на скачкообразное входное воздействие.

### **Максимальная мощность**

Из теории электрических цепей известно, что максимальная мощность  $P_{max}$  в нагрузке выделяется тогда, когда величина сопротивления нагрузки равна величине внутреннего сопротивления источника. В нашем случае для схемы рис. 9.2, например, максимальная мощность от источника  $E$  будет потребляться при  $r = R$ .

Сказанное означает, что численность хищников будет максимальна лишь при оптимальном соотношении численности жертв и хищников. Если хищники будут потреблять энергию в объемах больших, чем ее некоторое оптимальное значение, популяция жертв не будет успевать восстанавливаться, чтобы обеспечивать необходимое количество хищников энергией и, через некоторое время — время задержки, численность хищников должна по необходимости уменьшиться. Жертвам станет легче восстанавливать свою численность.

### **Колебательный режим**

Все кривые САР на рис. 9.4 характеризуются тем, что асимптотически приближаются к уровню 1. И кривые 1 и 2 в том числе. Только асимптотичность установления на единичном уровне носит у них колебательный характер — кривая “проскакивает” единичный уровень, постепенно, асимптотически к нему приближаясь. Напомним: чтобы в электрической цепи возникли колебания, в электрической схеме должны присутствовать параллельно или последовательно соединенные емкость  $C$  и индуктивность  $L$ , а шунтирующие эти элементы резисторы  $R$  не должны иметь слишком малое сопротивление по сравнению с реактивными сопротивлениями  $C$  и  $L$ .

Поскольку системы вида «жертва» и «хищник» содержат реактивные составляющие — дифференциальные и интегральные звенья, то, вполне возможно, что при определенных значениях (сочетаниях) параметров систем, параметров среды и коэффициентов связи между системами, система «хищник-жертва» способна перейти в колебательный режим. Имеются теоретические работы, посвященные исследованию колебательного режима системы «хищник-жертва», — например, работы Альфреда Лотки (Alfred James Lotka; 1880–1949) [39;

Chapter VIII, модель «хозяин-паразит» (host-parasite)] и Вито Вольтерры (Vito Volterra; 1860–1940) [88; с. 24, модель «поедаемый-поедающий» (mangiata-mangiante)].

### Chapman

Метод электроаналогий изредка в той или иной мере использовался при исследовании популяций и их взаимодействий со средой. Его использовал, например, еще в 1928 году энтомолог, профессор Роял Нортон Чепмен (Royal Norton Chapman; 1889–1939) в своей статье «*The Quantitative Analysis of Environmental Factors*» (Количественный анализ факторов окружающей среды) [7].

Параметры среды и популяции Чепмен следующим образом ставит в соответствие членам формулы Ома [7; с. 114]:

«... biotic potential may be defined as the mean maximum rate of reproduction in a given period of time under given conditions. The action of the environment, then, must necessarily be expressed in terms of resistance to this maximum rate of reproduction. An empirical formula similar to Ohm's formula, representing the concentration of organisms or abundance of organisms, as equal to the biotic potential divided by the environmental resistance, may aid in making the complex factors of the organism and the environment appear as unity to us».

(... биотический потенциал можно определить как среднюю максимальную скорость размножения за определенный период времени в данных условиях. Действие окружающей среды в таком случае должно выражаться в терминах сопротивления этой максимальной скорости размножения. Эмпирическая формула, аналогичная формуле Ома, представляющая концентрацию или плотность организмов, равную биотическому потенциалу деленному на сопротивление окружающей среды, может помочь нам объединить составные факторы — организмы и окружающей среды — в единое целое).

То есть Чепмен полагает, что поскольку окружающая среда препятствует неограниченному росту населения — так же, как сопротивление электрической цепи препятствует неограниченному возрастанию тока в цепи, ее можно считать аналогом

сопротивления в формуле закона Ома. В статье схема электрической цепи не приводится, но Чепмен приводит формулу-аналог закона Ома и пояснения к ней [7; с. 120]:

«It is rather obvious that the formula  $C = Bp/R$  must hold when  $C$  is the concentration of insects,  $Bp$  the biotic potential, and  $R$  the resistance».

(Совершенно очевидно, что формула  $C = Bp/R$  должна выполняться, когда  $C$  — концентрация насекомых,  $Bp$  — биотический потенциал,  $R$  — сопротивление.)

Схема, составленная на основании сказанного Чепменом, приведена на рис. 9.5. На схеме:

$Bp$  — биотический потенциал; должен иметь характер источника энергии  $E$  согласно закону Ома;

$C$  — концентрация насекомых; должна иметь характер тока  $I$  в цепи согласно приведенной Чепменом формуле (аналоге закона Ома);

$R$  — сопротивление; у Чепмена — это сопротивление окружающей среды, которое ограничивает численность популяции.

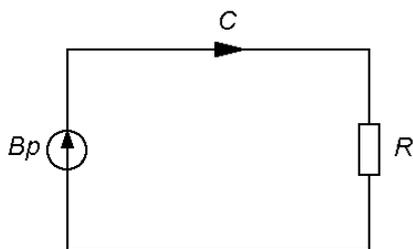


Рис. 9.5. Схема Чепмена

Чтобы концентрацию насекомых  $C$  можно было поставить в соответствие электрическому току  $I$  (чтобы следовать закону Ома), необходимо особь считать эквивалентом электрического заряда  $q$ , перемещающегося в электрической цепи. Перемещающиеся в цепи электрические заряды  $q$  — это и есть электрический ток  $I$ . Сумма зарядов  $q$  определяет величину тока  $I$ .

А сумма особей  $q$  — это величина численности популяции  $N$ . Максимальная величина численности определяется биотическим потенциалом и сопротивлением среды.

Таким образом, движение особей-зарядов  $q$  от высокого потенциала к низкому — в направлении, указанном стрелкой на рис. 9.5, — можно трактовать как осуществление ими их жизненного цикла — от момента рождения до смерти. И хотя заряды  $q$ , протекая во внешней цепи, приходят и уходят, ток  $I$  течет постоянно, а это означает, что популяция будет существовать до тех пор, пока будет функционировать механизм репродукции — механизм генерации особей-зарядов  $q$ ; то есть до тех пор, пока популяция будет обеспечена энергией и иметь необходимые условия существования.

Чепмен провел ряд экспериментов с популяциями мучных жучков (малый мучной хрущак; *Tribolium confusum*) и вычислил сопротивление среды, в которой находились мучные жуки во время экспериментов. Сопротивление оказалось равным  $R = 2.1$  (размерность не указана) [7; с. 120].

Из приводимых Чепменом графика и таблиц с результатами экспериментов [7; Fig. 1, Table II, Table IV], видно, что масса подопытных после достижения максимумов снижается и в дальнейшем как бы колеблется около некоторого значения, то есть просматривается наличие колебательного режима по типу кривой вида 1 или 2 на рис. 9.3. Это отмечает и сам Чепмен [7; с. 117]:

«The number of individuals per gram of flour oscillated about a constant, ...»

(Число особей на грамм муки колеблется около стационарного значения, ...)

Колебания численности можно усмотреть и в экспериментальных данных некоторых иных исследователей<sup>41</sup>, но практически никто из них не констатирует наличие колебаний — возможно воспринимают эти колебания как разброс экспериментальных данных, вызванных ошибками эксперимента или

---

<sup>41</sup> см., например, Járási Éva Zsuzsanna. *Economic Opportunity and Condition of Growth of the Organic Agriculture in the European Union*. (PhD Thesis). — Gödöllő: Szent István University, 2009. — 30 с.

погрешностями отсчетов, либо считают их естественными флюктуациями численности, ничего общего не имеющими с колебательным процессом установления на новом уровне наблюдаемого в эксперименте явления.

Если Чепмен определил сопротивление среды  $R$ , то исходя из степени колебательности (формы кривой) и зная  $R$ , можно хотя бы качественно определить и значения  $L$  и  $C$  — из выражений (9.2) или (9.3), например.

Чем отличается наша схема, например, рис. 9.2 от схемы рис. 9.5 Чепмена? У нас от источника к потребителю  $R$  (к популяции  $P$  или к особи  $n$ ) передается (перемещается) энергия, а у Чепмена от источника через внешнюю среду перемещаются особи популяции.

У нас  $R$  — это масса особи (популяции), которая потребляет и расходует (рассеивает) энергию для поддержания своей жизнедеятельности, у Чепмена  $R$  — сопротивление среды.

### **Статические и динамические модели**

По тому, учитывается или нет время при моделировании объектов, явлений, различают статические и динамические системы и их характеристики.

Статические модели отражают системы, состояние которых не меняется во времени. Время для таких систем не существует. Пример: закон Ома. Ток в цепи по закону Ома течет вечно и неизменно.

Динамические модели отражают функционирование системы — процесс изменения состояний. Такие модели показывают различия между состояниями, последовательность смены состояний и развитие событий с течением времени.

Пример: рост численности населения; процесс нагревания какого-либо тела.

Различие между статическими и динамическими моделями заключается в том, что время в статике как бы не существует, а в динамике время — это обязательный фактор.

Одна и та же система в одной фазе функционирования может считаться динамической, а в другой — статической. Пример: закон Ома. При изменении какого-либо параметра цепи или значения какого-либо элемента цепи в схеме начинает осуществляться переходный процесс (динамика), в течение которого схема переходит к новым установившимся

значениям токов и напряжений в цепи (статика). Закон Ома описывает оба состояния. Второй пример: население страны. Если население страны растет, то рост численности населения отражает динамику системы, а если численность населения перестает расти, то получаем стационарное население, которое отражает статику: параметры популяции и окружающей ее среды в этом случае находятся в динамическом равновесии, то есть стационарны.

### **И снова о законе**

Итак, нам все же необходимо определиться с тем, какой закон роста для популяции следует искать: закон роста, как подмеченную закономерность формирования траектории определенного вида при переходе системы от начального состояния к конечному, или закон функционирования такой системы, как «популяция» в целом.

В первом случае рост численности популяции — это лишь один из фрагментов, этапов ее функционирования. В таком случае закон роста численности популяции, как закон для одной из последовательных фаз функционирования системы может быть вовсе не стоит искать?

Мы можем приступить к анализу переходного и стационарного режимов функционирования такой системы, как «популяция», задавая конкретные параметры САР, адекватные реальным параметрам конкретной популяции. Но здесь мы вторгаемся в совершенно иную область — в область системных наук: в область общей теории систем, в область кибернетики. А это предмет отдельного разговора.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В дискуссии о том, осуществляется ли рост численности людей по логистической кривой достаточно убедительных аргументов в свою пользу нет ни у сторонников закона роста по логистической кривой, ни у противников: имеющиеся статистические данные представляют собой недостаточно длинные серии данных, чтобы по ним можно было с уверенностью судить о траектории в целом, а рост населения отдельных стран и регионов подвержен достаточно сильным влияниям негативных воздействий, искажающих форму траекторий.

Сторонники закона логистического роста так и не связали численность популяции с причинами, от которых эта численность зависит — с причинами, которые приводят к росту численности по траектории именно логистической кривой, то есть не создали закон роста как таковой.

Противники закона апеллируют к реальным кривым роста численности конкретных стран и регионов, которые не следуют в своем росте логистической кривой, не учитывая при этом искажений траекторий роста из-за воздействия на рост негативных факторов, что не является корректным.

Одно можно констатировать вполне определенно на основании всего изложенного выше: любое явление, способное к развитию, развивается по траектории S-образной кривой. Является ли она логистической — вопрос.

Рост численности популяции может быть представлен как переход системы от одного состояния к другому — из начального состояния в конечное. В таком случае нужно определить: если рост — это процесс перехода из состояния в состояние, то есть одна из фаз функционирования системы, то

можно ли искать и пытаться создавать закон для отдельной фазы функционирования системы?

Если считать, что такой закон можно попытаться установить, то закон должен отражать поведение системы в условиях отсутствия помех функционированию. Иначе закон можно не разглядеть на фоне помех. Поэтому либо эксперименты по выявлению закона должны быть проведены в условиях, исключающих в процессе эксперимента воздействие помех на исследуемую систему, либо должно быть выявлено математическое ожидание траектории для такого вероятностного процесса, как рост популяции в естественных условиях.

Чтобы судить о том, с которой из кривых будет лучше совпадать фактическая кривая роста численности населения земного шара, придется подождать примерно еще сто лет — до выхода кривой роста на плато — на уровень стационарного населения планеты.

Совмещение со всей кривой роста — фактической плюс теоретической, полученной в результате ретроспективного прогноза, — вряд ли позволит ответить на поставленный вопрос о том, по какому закону растет население земного шара, поскольку на рост фактической численности в прошлом оказывали влияние эволюционные процессы, приведшие, с одной стороны, к образованию вида *Homo sapiens*, но, с другой стороны, искажающие траекторию роста. А поскольку ретроспективный прогноз осуществлялся исходя из фактического роста, участок траектории роста, включающий период эволюции вида, необходимо исключить из рассмотрения при поиске закона роста.

Несмотря на все, польза от концепции развития по S-образной, в частности, по логистической кривой, не отрицается.

Жан-Пьер Габриель с соавторами в своей статье «*Paradoxes in the logistic equation?*»<sup>42</sup> (Парадоксы логистического уравнения?) отмечают:

«The logistic equation can be found in many biology textbooks and belongs to basic education in ecology. Independen-

---

<sup>42</sup> см. с. 147 в статье: Jean-Pierre Gabriel, Francis Saucy, Louis-Félix Bersier. *Paradoxes in the logistic equation?* — Pp. 147–151. // *Ecological Modelling*. — Volume 185, Issue 1, (10 June) 2005.

dently of the status that one gives to this model, it has been and remains a cornerstone of empirical and theoretical ecology».

(Логистическое уравнение можно найти во многих учебниках по биологии; оно относится к базовому образованию в области экологии. Вне зависимости от статуса логистической модели, она была и остается краеугольным камнем эмпирической и теоретической экологии.)

По сравнению с любой другой кривой логистическая кривая математически проще и ее проще интерпретировать.

Теория кривой развивалась, появились модели с дискретным временем, стохастические модели.

Возможно мы иногда несколько отклонялись от темы непосредственно логистической кривой, но согласитесь — читать только о математических формулах было бы довольно скучно. Да и необходимость приводить примеры заставляла нас обращаться к темам, лежащим вне пределов чистой математики. К примеру, когда мы говорили о Канаде, то из сказанного можно сделать вывод о том, что кривая S-образного развития в постиндустриальных странах подошла к пределу своего развития в таких сферах экономической деятельности, как промышленное производство и сельское хозяйство: численность занятых в этих сферах экономической деятельности мала, хотя вряд ли уменьшится до нуля — кормить и обеспечивать людей всем необходимым нужно будет всегда, независимо от того, кто будет производить необходимое — люди или роботы.

При желании можно выяснить по кривой какого вида подошли к пределу своего развития промышленность и сельское хозяйство Канады — как менялась численность занятых в этих отраслях в процентном отношении относительно численности всего населения Канады.

Заканчивая, приведем слова Шарон Кингсланд из ранее уже упоминавшейся нами ее статьи «*The Refractory Model*» [31; с. 29, с. 50]:

«The logistic curve stands out in the history of population ecology as one of the more fruitful and at the same time unsatisfactory models of population growth.

The logistic curve was introduced by Raymond Pearl and Lowell Reed in 1920 and was heavily promoted as a description of human and animal population growth. In subsequent years it underwent a barrage of criticism from statisticians, economists, and biologists, a barrage directed mostly against Pearl's claim that the logistic curve was a law of growth. Nevertheless, it emerged in the mid-1930's as a central model of experimental population biology, and in its various modifications has remained an important part of modern population ecology. The history of the logistic curve reveals that its acceptance was by no means straightforward: repeated promotion of the curve by Pearl and his connections to other scientists were both important in the establishment of its place as a tool of research. The people responsible for legitimizing the logistic curve — A. J. Lotka, G. F. Gause, G. Udny Yule, and Thomas Park — all had different degrees of direct contact with Pearl in the early years of its use, and these personal contacts facilitated the acceptance of the logistic curve despite the heavy criticisms. The history of the logistic curve reveals the complicated social processes which can underlie the development of scientific disciplines. <...>

The history of the logistic curve is particularly fascinating because it shows how the acceptance of a model may depend on two very different conditions. One is the applicability of the model to a specific problem or research program. The other is the particular nature of the relationships between the scientists themselves».

(Логистическая кривая выделяется в истории популяционной экологии как одна из наиболее плодотворных и в то же время неудовлетворительных моделей роста населения.

Логистическая кривая была представлена Раймондом Пирлом и Лоуэллом Ридом в 1920 году для описания роста численности популяции людей и животных и была широко разрекламирована в этом качестве. В последующие годы она претерпела шквал критики со стороны статистиков, экономистов и биологов, шквал, направленный главным образом против утверждений Пирла о

том, что логистическая кривая является законом роста. Тем не менее, кривая выступала в середине 1930-х годов в качестве центральной модели экспериментальной популяционной биологии и в ее различных модификациях остается важной частью современной популяционной экологии. История логистической кривой показывает, что ее принятие было очень непростым делом: постоянное продвижение кривой Пирлом и его связи с другими учеными были важны при определении ее места в качестве инструмента исследования. Лица, имеющие отношение к признанию логистической кривой, — А. Д. Лотка, Г. Ф. Гаузе, Г. Унди Юл и Томас Парк — имели в той или иной мере прямой контакт с Пирлом в первые годы ее использования, и эти личные контакты способствовали принятию логистической кривой, несмотря на шквал жесткой критики. История логистической кривой вскрывает сложные социальные процессы, которые могут лежать в основе развития научных дисциплин. < ... >

История логистической кривой чрезвычайно захватывающая, потому что показывает, как принятие модели может зависеть от двух совершенно различных причин. Одна из них — применимость модели для конкретной проблемы или исследовательской программы. Другая — специфический характер взаимоотношений между самими учеными.)

Лучше, пожалуй, не скажешь. На этом и закончим.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Åström, Karl Johan; Tore Hägglund. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. — 2nd ed. — Research Triangle Park, NC (USA): Instrument Society of America, 1995. — viii + 343 p.
2. Bacaër, Nicolas. *A Short History of Mathematical Population Dynamics*. — London - Dordrecht - Heidelberg - New York: Springer, 2010. — xi + 160 p.
3. Boltzmann L. *Der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie*. (Vortrag gehalten in der feierlichen Sitzung der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften am XXIX. Mai MDCCCLXXXVI von Dr. Ludvig Boltzmann, wirklichem Mitgliede der kaiserliche Akademie der Wissenschaften). — Ss. 225–259. // Almanach der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Sechsendreissigster Jahrgang. 1886. — Vien: Aus der k. k. Hof- und Staatsdruckerei, 1886. — 259 S. (Hem.)
4. Boudin, Emmanuel-Joseph. *Leçons de calcul des probabilités, faites à l'Université de Gand de 1846 à 1890, publiées avec des Notes et des Additions par Paul Mansion*. — Paris: Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>, 1916. — xvi, 334 p. (Фр.)
5. *Canada Year Book 1960*. Ottawa: Dominion Bureau of Statistics, 1960. — xvi + 1304p. + [1].
6. *Canada Year Book 2012*. — Winnipeg: Kromar Printing Limited, 2012. — V + 506 p.
7. Chapman, Royal N. *The Quantitative Analysis of Environmental Factors*. — Pp. 111–122. // Ecology (Published by Ecological Society of America). — Vol. IX, No. 2; Apr., 1928.
8. Chiang L.H., E.L. Russell, R.D. Braatz. *Fault Detection and Diagnosis in Industrial Systems*. — London: Springer-Verlag London Limited, 2002. — xiv + 279 p. — (Series: Advanced Textbooks in Control and Signal Processing)
9. Cohen, Joel E. *How Many People Can the Earth Support?* — New York - London: W.W. Norton & Company, 1995. — x + 532 p.

10. Conquest, Robert. *The Harvest of Sorrow: Soviet Collectivization and the Terror-Famine*. — New York - Oxford: Oxford University Press, 1986. — [7] + 412 p.
11. *Convention on the Prevention and Punishment of the Crime of Genocide: UN Resolution 260(III)A, December 9, 1948*. — Pp. 278–284. // United Nations, Treaty Series, vol. 78, 1951.
12. Delmas, Bernard. *Pierre-François Verhulst et la loi logistique de la population*. — Pp. 51–81. // Mathématiques et sciences humaines (Mathematics and Social Sciences).— 42<sup>e</sup> année, n°167, 2004. (Фр.)
13. Du Pasquier L.-G. *Esquisse d'une nouvelle théorie de la population* (Ausgegeben als Separatabdruck am 4. Mai 1918). — Pp. 236–249. (Фр.) // Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich (Erster Teil und Zweiter Teil). — Dreiundsechzigster Jahrgang = Band 63, 1918. — [10] + 582 + LVI + [2] S. (Нем.)
14. Dyadkin, Iosif G. *Unnatural Deaths in the USSR, 1928–1954*. (Translated by Tania Deruguine). — New Brunswick (U.S.A.) and London (U.K.): Transaction Books, 1983. — viii + 63 p.
15. Ediev, Dalkhat. *Application of the Demographic Potential Concept to Understanding the Russian Population History and Prospects: 1897–2100*. — Pp. 289–336. // Demographic Research (a free, expedited, online journal, published by the Max Planck Institute for Demographic Research). — Vol. 4, Article 9. — Published June, 2001.  
([www.demographic-research.org/Volumes/Vol4/9/](http://www.demographic-research.org/Volumes/Vol4/9/))
16. Farthing, Gerald Brian. *Social experiments and social policy formulation: A study of the Manitoba basic annual income experiment*. (PhD thesis: Submitted in partial fulfillment of the requirements of the degree of Doctor of Philosophy). — London School of Economics and Political Science (University of London; United Kingdom), 1991. — viii + 286 p.
17. Fircks A.F., von. *Bevölkerungslehre und Bevölkerungspolitik*. — Leipzig: Verlag von C.L. Hirschfeld, 1898. — x + 492 S. (Нем.)
18. Foerster, Heinz, von; M. Mora Patricia; W. Amiot Lawrence. *Doomsday: Friday, 13 November, A.D. 2026. At this date human population will approach infinity if it grows as it has grown in the last two millennia*. — Pp. 1291–1295. // Science; Nov 04, 1960; Vol. 132, Issue 3436.

19. Forget, Evelyn L. *The Town with No Poverty: The Health Effects of a Canadian Guaranteed Annual Income Field Experiment*. — Pp. 283–305. // Canadian Public Policy/Analyse de Politiques. — Vol. 37, No. 3; September, 2011. (В интернете в свободном доступе имеется также схожая статья: «*The Town with No Poverty: Using Health Administration Data to Revisit Outcomes of a Canadian Guaranteed Annual Income Field Experiment*», February, 2011: [http://nccdh.ca/images/uploads/comments/forget-cea\\_\(2\).pdf](http://nccdh.ca/images/uploads/comments/forget-cea_(2).pdf))
20. Foster, Richard N. *Innovation: The Attacker's Advantage*. — New York (NY): Summit Books (Simon & Schuster, Inc.), 1986. — 316 + (1) p.
21. Gause G.F. *The Struggle for Existence*. — Baltimore: The Williams & Wilkins Company, 1934. — x + 163 p.
22. Gompertz, Benjamin, Esq., F.R.S. *On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of Life Contingencies*. — Pp. 513–583. // Phil. Trans. R. Soc. (Philosophical Transactions of the Royal Society of London). — Vol. 115 in 2 parts; Part I: vi + 1–202 p., + ill.; Part II: vi + 203–585 p. + 9 p. (Presents) + 8 p. (Index) + 26 p. (Meteorological Journal) + ill. — London, 1825.
23. Graziosi, Andrea. *The Soviet 1931–1933 Famines and the Ukrainian Holodomor: Is a New Interpretation Possible, and What Would Its Consequences Be?* — Pp. 97–115. // Harvard Ukrainian Studies. — Vol. 27, No. 1/4, 2004–2005. (<http://www.jstor.org/stable/41036863>).
24. Grübler, Arnulf. *The Rise and Fall of Infrastructures: Dynamics of Evolution and Technological Change in transport*. (Contribution to Economics series) — Heidelberg (DEU): Physica-Verlag; New York (NY): Springer-Verlag, 1990. — viii + 305 p.
25. Iannelli M., Martcheva, F. A. Milner. *Gender-Structured Population Modeling: Mathematical Methods, Numerics, and Simulations*. (Series: Frontiers in Applied Mathematics). — Philadelphia (PA): SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics), 2005. — xv + 175 p.
26. Israel, Giorgio. *La mathématisation du réel : Essai sur la modélisation mathématique*. — Paris: Éditions du Seuil, 1996. — 368 p. (Collection : Science ouverte) (Фр.).

27. Jennings H. S. *Biographical memoir of Raymond Pearl, 1879–1940*. — Title + Portrait + Pp. 295–347. // National Academy of Sciences of the United States of America Biographical Memoirs. — Washington (DC): The National Academies Press, 1943. — Vol. XXII, No. 14 (Fourteenth memoir).
28. Kapur J.N. and Khan Q.J.A. *Some Mathematical Models for Population Growth*. — Pp. 277–286. // Indian Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol. 10, Issue 3; March, 1979.
29. Kautz, Karlheinz and Jan Pries-Heje (Eds.). *Diffusion and Adoption of Information Technology* (Proceedings of the first IFIP WG 8.6 working conference on the diffusion and adoption of information technology, Oslo, Norway, October 1995). — (Dordrecht): Springer-Science + Business Media, B.V., 1996. — [4] + 221 p.
30. Keynes, John Maynard. *Essays in Biography: New edition with three additional Essays, edited by Geoffrey Keynes*. — New York: The Norton Library, W.W. Norton & Company Inc., 1951. — vii + 8–354 p.
31. Kingsland, Sharon. *The Refractory Model: The Logistic Curve and the History of Population Ecology*. — Pp. 29–52. // The Quarterly Review of Biology. — Vol. 57, No. 1. — Mar., 1982. — Published by The University of Chicago Press.
32. Kingsland, Sharon E. *Modeling Nature: Episodes in the History of Population Ecology*. (2nd ed.) — Chicago and London: University of Chicago Press, 1995. — ix + 306 p. (Science and Its Conceptual Foundations series).
33. Knapp G. F. A. *Quetelet als Theoretiker*. SS. 89–124. // Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik. — Band 18. — Jena: Druck und Verlag von Friedrich Mauke, 1872. (Hem.)
34. Krause, Ulrich. *Positive Dynamical Systems in Discrete Time: Theory, Models, and Applications*. — Berlin - Munich - Boston: Walter de Gruyter GmbH, 2015. — xv + 348 p. (Series: De Gruyter Studies in Mathematics, Vol. 62)
35. Kucharavy, Dmitry, Roland De Guio. *Application of S-Shaped Curves (edited transcript)*. Presented at ETRIA TRIZ Future Conference 2007, Frankfurt. — 30p. — Accessed at: [http://www.seecore.org/d/2007\\_02t.pdf](http://www.seecore.org/d/2007_02t.pdf)

36. Liagre J.B.J. *Calcul des probabilités et théorie des erreurs, avec des applications aux sciences d'observation en général, et a la géodésie en particulier.* — Bruxelles: Alexandre Jamar, éditeur, 1852. — 416 p. (Фр.)
37. Lloyd P.J. *American, German and British Antecedents to Pearl and Reed's Logistic Curve.* — Pp. 99–108. // *Population Studies*, Vol. 21, No. 2; Sep., 1967.
38. Lorimer, Frank. *The Population of the Soviet Union: History and Prospects.* — Geneva: League of Nations; Prinston, N. J.: Prinston University Press, 1946. (Economic, Financial, and Transit Department). — xiv + 289 p.
39. Lotka, Alfred J. *Elements of Physical Biology.* — Baltimore (USA): Williams & Wilkins company, 1925. — xxx + 460 p.
40. Mallet, James. *The struggle for existence: how the notion of carrying capacity, K, obscures the links between demography, Darwinian evolution, and speciation.* — Pp. 627–665. // *Evolutionary Ecology Research*, vol.14, 2012.
41. Malthus T. R. *An Essay on the Principle of Population, as it affects the future improvement of society. With remarks on the speculation of Mr. Godwin, M. Condorcet, and other writers.* — London: Printed for J. Johnson, 1798. — v + ix + 1 (Errata) + 396 p. — Первое (анонимное) издание.
42. Malthus T. R. *An Essay on the Principle of Population; or, A view of its past and present effects on human happiness; with an inquiry into our prospects respecting the future removal or mitigation of the evils which it occasions.* — 2nd ed. — London: J. Johnson, 1803. — viii + iii + 1 (Errata) + 610 p.
43. Malthus T. R. *POPULATION.* — Pp. 307–333. // Supplement to the Fourth, Fifth, and Sixth Editions of the Encyclopædia Britannica. With Preliminary Dissertations on the History of the Science. Illustrated by Engravings. — Vol. 6 (NAI–ZAI & Addenda et Corrigenda). — Edinburgh: Printed for Archibald Constable and Company, Edinburgh; and Hurst, Robinson, and Company, London, 1824. — 863 + 1 (Errata) + 9 + 1 p. (The six-volume Supplement to the fourth, fifth, and sixth editions of the ENCYCLOPÆDIA BRITANNICA appeared in half-volumes from 1815 to 1824, edited by MacVey Napier.)
44. Malthus T. R. *An Essay on the Principle of Population; or, A view of its past and present effects on human happiness; with*

- an inquiry into our prospects respecting the future removal or mitigation of the evils which it occasions.* — 6th ed. — London: John Murray, 1826. (in 2 v.: Vol. I — xviii + 535 p.; Vol. II — iv + 528 p.)
45. Malthus T. R. *A Summary View of the Principle of Population.* — London: John Murray, 1830. — iv + 77 + [1]p.
  46. Markevich, Andrei & Mark Harrison. *Great War, Civil War, and Recovery: Russia's National Income, 1913 to 1928.* — Pp. 672–703. // *The Journal of Economic History*, Vol. 71, No. 3; September 2011.
  47. Martino, Joseph P. *Technological Forecasting for Decision making.* — 3rd ed. — New York: McGraw-Hill, Inc. (Printed and bound by R. R. Donnelley & Sons Company), 1993. — xvi + 462 + [1] p.
  48. McFalls Jr., Joseph A. *Population: A Lively Introduction.* — 5th Edition. — *Population Bulletin*, vol. 62, No. 1. — Washington, DC: Population Reference Bureau, 2007. — [1] + 31p.
  49. McIntosh, Robert P. *The Background of Ecology: Concept and Theory.* — Cambridge - London - New York - New Rochelle - Sydney - Melbourne: Cambridge University Press, 1985. — xiii + 383 p. (Cambridge studies in ecology)
  50. Miner, John R. *Pierre-François Verhulst, the Discoverer of the Logistic Curve.* — Pp. 673–689. // *Human Biology; A record of research.* — Vol. V, No. 4. — Baltimore (Maryland, U.S.A): Published Quarterly by THE JOHNS HOPKINS PRESS. — December, 1933.
  51. *Minerals yearbook, 1985.* — Vol. 1: Metals and minerals. (Prepared by staff of the Bureau of Mines) — Washington (DC): Bureau of Mines (Creator); U.S. Government Printing Office, 1987. — viii + 1104 p.
  52. Odum, Eugene P. *Basic Ecology.* — Philadelphia - New York - etc.: Saunders College Publishing, 1983. — x + 613 p.
  53. Oser, Jacob. *Must Men Starve?: The Malthusian Controversy.* — New York: Abelard-Schuman Limited, 1957. — 331p.
  54. Pearl, Raymond. *Variation and differentiation in Ceratophyllum.* (With the assistance of Olive M. Pepper and Florence J. Hagle). — Washington (DC): Carnegie Institution of Washington, 1907. — 136 p.

55. Pearl, Raymond. *Some Recent Studies on Growth*. — Pp. 302–316. // *The American Naturalist*. — Vol. 43, No. 509. — May, 1909.
56. Pearl, Raymond and Lowell J. Reed. *On the Rate of Growth of the Population of the United States since 1790 and its Mathematical Representation*. — Pp. 275–288. // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* (PNAS; USA). — Vol. 6, Number 6. — June 15, 1920.
57. Pearl, Raymond and Sylvia Louise Parker. *Experimental Studies on the Duration of Life. I. Introductory Discussion of the Duration of Life in Drosophila*. — Pp. 481–509. // *The American Naturalist*, Vol. 55, No. 641. — Nov. – Dec., 1921. — (Published by The University of Chicago Press)
58. Pearl, Raymond. *The Biology of Death — VII. Natural Death, Public Health, and the Population Problem*. — Pp. 193–213. // *The Scientific Monthly*. — Vol. 13, No. 3. — Sept., 1921.
59. Pearl, Raymond and Lowell J. Reed. *A Further Note on the Mathematical Theory of Population Growth*. — Pp. 365–368. // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* (PNAS), Vol. 8, No. 12. — Dec. 15, 1922.
60. Pearl, Raymond. *The Biology of Death: Being a Series of Lectures Delivered at the Lowell Institute in Boston in December 1920*. — Philadelphia and London: J.B. Lippincott Company, 1922. — 275 p. (Series: Monographs on experimental biology)
61. Pearl, Raymond. *Studies in Human Biology*. — Baltimore: Williams & Wilkins Company, 1924. — 653 p.
62. Pearl, Raymond. *The Biology of Population Growth*. — Pp. 293–305. // *The American Mercury*. — Vol. III, Number 11. — November, 1924.
63. Pearl, Raymond and Lowell J. Reed. *Skew-Growth Curves*. — Pp. 16–22. // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* (PNAS), Vol. 11, No. 1; 1925.
64. Pearl, Raymond. *The Biology of Population Growth*. — New York: Alfred A. Knopf, 1925. — xiv + 260 p.
65. Pearl, Raymond. *The rate of living: being an account of some experimental studies on the biology of life duration*. — New York: Alfred A. Knopf, 1928. — [16] + 185 p.

66. Pearl, Raymond and Lowell J. Reed. *The Logistic Curve and the Census Count of 1930*. — Pp. 399–401. // *Science* (The academic journal of the American Association for the Advancement of Science (AAAS)), New Series. — Vol. 72, No. 1868. — Oct. 17, 1930.
67. Pearl, Raymond; Lowell J. Reed; Josef F. Kish. *The Logistic Curve and the Census Count of 1940*. — Pp. 486–488. // *Science* (The academic journal of the American Association for the Advancement of Science (AAAS)), New Series. — Vol. 92, No. 2395. — Nov. 22, 1940.
68. Pritchett H.S. *A Formula for Predicting the Population of the United States*. — Pp. 278–286 (Quarterly publications of the American Statistical Association, New Series, No. 14, Vol. II, June, 1891). // *Publications of the American Statistical Association*. — Vol. II, Nos. 9–16, 1890–1891. — Boston: American Statistical Association, 1891.
69. Quetelet, Adolphe. *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou Essai de physique sociale*. (Deux tomes en un volume). — Paris: Bachelier, Imprimeur-Libraire, 1835. — (Tome premier: xii + 1–327 p.); (Tome second: viii + 1–327 p.). (Фр.)
70. Quételet, Adolphe. *Du système social et des lois qui le régissent*. — Paris: Guillaumin et C<sup>ie</sup>, 1848. — XVI + 360 p. (Фр.)
71. Quetelet, Adolphe. *Notice sur Pierre-François Verhulst*. — P. 96 (Portrait) + Pp. 97–124 // *Annuaire de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique*. (Seizième année) — Bruxelles: Chez M. Hayez, Imprimeur de l'Académie royale, 1850. (Фр.)
72. Robertson, T. Brailsford. *On the Normal Rate of Growth of an Individual, and its Biochemical Significance*. — SS. 581–614. // *Archiv für Entwicklungsmechanik der Organismen*. — 1908, Band 25, Heft 4 (Ausgegeben am 19. Mai 1908). (Hem.)
73. Robertson, T. Brailsford. *Further Remarks on the Normal Rate of Growth of an Individual, and its Biochemical Significance*. — SS. 108–118. // *Archiv für Entwicklungsmechanik der Organismen*. Band 26, (Ausgegeben am 24. November 1908). — Leipzig: Verlag von Wilhelm Engelmann, 1908, (Hem.)
74. Seidl, Irmi; Clem A. Tisdell. *Carrying capacity reconsidered: from Malthus' population theory to cultural carrying capacity*. — Pp. 395–408. // *Ecological Economics*. — Volume 31, Issue 3; December, 1999.

75. Smele, Jonathan D. *The 'Russian' Civil Wars, 1916–1926: Ten Years That Shook the World*. — Oxford - New York, etc: Oxford University Press, 2015. — xxiv + [10] + 423 p.
76. Smith, David; Nathan Keyfitz. *Mathematical Demography: Selected Papers*. — Berlin - Heidelberg - New York: Springer-Verlag, 1977. — xi, 514 p.
77. Smith, Frederick E. *Experimental Methods in Population Dynamics: A Critique*. — Pp. 441–450. // *Ecology*, Vol. 33, No. 4. — Oct., 1952.
78. Thompson, D'Arcy Wentworth. *On Growth and Form*. — Cambridge: At the University Press; New York: The Macmillan company, 1945. (A new edition). — [6] + 1116 p.
79. Turchin, Peter. *Does population ecology have general laws?* — Pp. 17–26. // *Oikos*; Volume 94, Issue 1. — July, 2001. (Published by John Wiley & Sons Ltd)
80. U.S. Census Bureau (Author). *Statistical Abstract of the United States: 2012* (131st Edition). — Washington (DC): United States Census Bureau, (Aug.) 2011. — xvii + 1004 p.
81. United Nations. *The Determinants and Consequences of Population Trends: New Summary of Findings on Interaction of Demographic, Economic, and Social Factors*. — 2 v. — New York: United Nations. Department of Economic and Social Affairs. — Vol. I: 1973, xvi + 661 p.; Vol. II: 1978, 155 p.
82. United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division. *World Population to 2300*. — New York: United Nations, 2004. — xi + 240 p. (ST/ESA/SER.A/236)
83. United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division. *World Population Prospects: The 2015 Revision*.  
— Volume I: *Comprehensive Tables* (ST/ESA/SER.A/379). — New York: United Nations, 2015. — xxv + 345 p.  
— Volume II: *Demographic Profiles* (ST/ESA/SER.A/380). — New York: United Nations, 2015. — xxix + 844 p.
84. Verhulst, Pierre-François. *Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement*. — Pp. 113–121. // *Correspondance mathématique et physique*, publiée par A. Quetelet. — Tome X et tome second de la troisième série. — Bruxelles: Société belge de librairie, Hauman, et C<sup>ie</sup> (Paris: Bachelier; Leipzig: Michelson), 1838. (Фр.)

85. Verhulst P.-F. *Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population*. — (Lu à la séance du 30 novembre 1844) — [Premier Mémoire] — Pp. 1–38 + p. 39 (Table des matières) + 1 ill. // Nouveaux mémoires de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Bruxelles. — T. XVIII. — Bruxelles: M. Hayez, imprimeur de l'Académie royale, 1845. (Фр.)
86. Verhulst P.-F. *Note sur la loi d'accroissement de la population*. — Pp. 226–227 // Bulletins de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. — Tome XIII. — I<sup>re</sup> Partie, № 4. — Bruxelles: M. Hayez, imprimeur de l'Académie royale de Belgique, 1846. (Фр.)
87. Verhulst P.-F. *Deuxième mémoire sur la loi d'accroissement de la population*. (Lu à la séance de l'Académie royale du 15 mai 1846) — Pp. 1–32. // Mémoires de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. — Tome XX. — Bruxelles: M. Hayez, Imprimeur de l'Académie royale, 1847. (Фр.)
88. Volterra V. *Variazioni e fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi*. — Pp. 1–111. // Opere matematiche. Memorie e Note. — Vol.V (Volume quinto), 1926–1940. — Roma: Accademia Nazionale dei Lincei, 1962. — 538 p. (Ит.)
89. Wilson, Edwin Bidwell. *Statistical Inference*. — Pp. 289–296. // Science. Vol. LXIII, No. 1629; March 19, 1926.
90. Winsor, Charles P. *The Gompertz Curve as a Growth Curve*. — Pp. 1–8. // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. (Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America). — Vol. 18, Number 1. — January 15, 1932.
91. Yule, G. Udny. *The Growth of Population and the Factors which Control it*. — Pp. 1–58. // Journal of the Royal Statistical Society. — Vol. 88, Part I. — Blackwell Publishing. — January, 1925.
92. Андреев Е. М., Л. Е. Дарский, Т. Л. Харькова. *Население Советского Союза: 1922–1991*. — М.: Наука, 1993. — 143 с.
93. Андреев Е. М., Л. Е. Дарский, Т. Л. Харькова. *Демографическая история России: 1927–1959*. (НИИ статистики Госкомстата России. Отделение демографии). — М.: Информатика, 1998. — 187 с.
94. Баранов Е. Ю. *Демографические последствия голода начала 1930-х годов в СССР* (историографический аспект). — Сс. 253–260. // Институты развития демографической

системы общества: V Уральский демографический форум (5–6 июня 2014 г.): сборник материалов. / РАН, УрО, Ин-т экономики; Ин-т истории и археологии и др.; ред. А. И. Татаркин, А. И. Кузьмин. — Екатеринбург: Институт экономики УрО РАН, 2014. — ISBN: 978-5-94646-486-4

95. Бейли Н. *Математика в биологии и медицине*. — Москва: Мир, 1970. — 327 с. (Пер. Е. Г. Коваленко с англ.: Bailey, Norman T. J. *The Mathematical Approach to Biology and Medicine*. — London - New York - Sydney: John Willey and Sons, 1967. — xviii + 296 p.)
96. Белл, Даниел. *Грядущее постиндустриальное общество. Опыт социального прогнозирования*. / Пер. с англ. под ред. В. Л. Иноземцева. — Изд. 2-е, испр. и доп. — Москва: Асадемия, 2004. — CLXX + 786 с.
97. Блауг, Марк. *Экономическая мысль в ретроспективе*. Пер. с англ., 4-е изд.: (Blaug Mark. *Economic Theory in Retrospect*. — 4th ed.) — М.: “Дело ЛТД”, 1994. — XXXII + 688 с.
98. Вернадский В. И. *Очерки геохимии*. — Четвертое (2-е русское) издание. / Перевод с немецкого издания 1930 года. — Москва - Ленинград - Грозный - Новосибирск: Горно-геолого-нефтяное издательство, 1934. — 380 + [2] с.
99. Волков Е. З. *Динамика народонаселения СССР за семьдесят лет*. — Москва - Ленинград: Государственное издательство (М.–Л.: ГИЗ), 1930. — 272 с.+1 с. (Опечатки). — (Экономическая библиотека)
100. *Всесоюзная перепись населения 17 декабря 1926 г.: Краткие сводки*. — Вып. I–X. (Центральное статистическое управление СССР. Отдел Переписи). — М.: Издание ЦСУ Союза ССР, 1927–1929. — Выпуск III. Население СССР. — М.: Издание ЦСУ Союза ССР, 1927. — VI + 63 с.
101. *Всесоюзная перепись населения 1937 года: Общие итоги*. Сборник документов и материалов. / Ин-т рос. истории РАН; сост.: В. Б. Жирумская, Ю. А. Поляков. — М.: Росийская политическая энциклопедия (РОССПЭН), 2007. — 320 с.
102. Голдин В. И. *Россия в Гражданской войне. Очерки новейшей историографии (вторая половина 1980-х — 90-е годы)*. — Архангельск: Боргес, 2000. — 271 + [7] + [1] с.

103. *Голод 1932–1933 років на Україні: очима істориків, мовою документів.* / Збірник документів та матеріалів / Інститут історії партії при ЦК Компартії України / Упорядники: Р. Я. Пиріг (керівник) та інші. — Київ: Видавництво політичної літератури України, 1990. — 605 + [3] с. (Укр.)
104. *Демографическая модернизация России, 1900–2000.* / Под редакцией А. Г. Вишневого. — М.: Новое издательство, 2006. — 602 с. — (Серия «Новая история»)
105. *Доклад о человеческом развитии 2014* (Обеспечение устойчивого прогресса человечества: Уменьшение уязвимости и формирование жизнестойкости). Опубликовано для программы развития Организации Объединенных Наций (ПРООН). — М.: Изд-во «Весь Мир», 2014. — ix + 226 с.
106. Дроздук А. В., Д. В. Дроздук. *Фибоначчи, его числа и кролики.* — Торонто: Choven, 2010. — iv + 145 + 3 с.
107. Кабузан В. М. *О достоверности учета населения России (1858–1917 гг.).* — Сс. 100–117. // Источниковедение отечественной истории: Сб. статей, 1981. — М.: Наука, 1982. — 300 с.
108. *Конвенция о предупреждении преступления геноцида и наказании за него: Резолюция ООН 260(III)А от 9 дек. 1948 г.* — Сс. 292–295. // United Nations, Treaty Series, vol. 78, 1951.
109. Кринко Е. Ф., С. А. Кропачев. *Масштабы сталинских репрессий в оценках советских и современных российских исследователей.* — Сс. 86–99. // Былые годы. (Теория. Методология. Источниковедение). — Т. 26, № 4; 2012.
110. Курганов И. *Три цифры.* — Сс. 54–57. // Посев (Ежемесячный общественно-политический журнал). — Декабрь, 1977; № 12 (1247), год XXXIII. — [1] + 64 + [2] с.
111. Лютова К. В. *Спецхран библиотеки Академии Наук: Из истории секретных фондов.* (Отв. ред. В.П. Леонов) — СПб.: БАН, 1999. — 204 с. — ISBN 5-201-002360-6.
112. Максудов, Сергей. *Некоторые проблемы оценки потерь населения в годы коллективизации.* — Сс. 142–153. // Демографическое обозрение (электронный научный журнал). — Том 2, №3, 2015.
113. Маркевич, Андрей; Марк Харрисон. *Первая мировая война, Гражданская война и восстановление: национальный*

- доход России в 1913–1928 гг.* — (Авторизованный пер. с англ. Е. Артемовой). — Москва: Мысль, 2013. — 111 с.
114. *Народное хозяйство СССР в 1961 году: Статистический ежегодник.* — М.: Госстатиздат ЦСУ СССР, 1962. — 861 + [1] + [1 (Опечатки)] с.
  115. *Народное хозяйство СССР в 1969 г.: Статистический ежегодник.* / [отв. за вып. Л. А. Уманский., С. Я. Генин., Р. П. Семина]. — М.: Статистика, 1970. — 864 с.
  116. *Народное хозяйство СССР в 1990 г.: Статистический ежегодник.* / Госкомстат СССР. — М.: Финансы и Статистика, 1991. — 752 с.
  117. *Население России в XX веке: Исторические очерки.* В 3-х т. — Т.1: 1900–1939 / Отв. ред. издания Ю. А. Поляков, отв. ред. 1 тома В.Б. Жиромская. — М.: Российская политическая энциклопедия (РОССПЭН), 2000. — 463 с. — Т.2: 1940–1959 / Отв. ред. издания Ю.А. Поляков, отв. ред. 2 тома В.Б. Жиромская. — М.: Российская политическая энциклопедия (РОССПЭН), 2001. — 416 с.
  118. *Население СССР (численность, состав и движение населения). 1973: Статистический сборник.* — М.: Статистика (ЦСУ СССР), 1975. — 208 с.
  119. *Население СССР. 1987: Статистический сборник.* / Госкомстат СССР. — М.: Финансы и статистика, 1988. — 439 + [1] с.
  120. *Общій сводъ по Имперіи результатовъ разработки данныхъ первой всеобщей переписи населенія, произведенной 28 января 1897 года.* — В 2-х т. / [Под редакцію (и с предисловіем) Н. А. Тройницкаго]. — Т. I: Санкт-Петербургъ: Паровая Типо-Литографія Н. Л. Ныркіна, 1905. — [4] + I–XXII + 1–268 + 1–89 с. — Т. II: Санкт-Петербургъ: „Центральная“ Типо-Литографія М. Я. Минкова и Паровая Типо-Литографія Н. Л. Ныркіна, 1905. — [8] + I–XX + I–LIX + 1–417 с.
  121. *Отчетъ о состояніи народнаго здравія и организаціи врачебной помощи въ России за 1913 годъ.* / Управление Главнаго Врачебнаго Инспектора Министерства Внутренних Дель. — Петроградъ: Типографія Петрогр. Т-ва Печ. и Изд. Дела „Трудъ“, 1915. — Сс. I–VIII + 1–74 + 1–333 (Табл.).

122. Паевский В. *О перспективных исчислениях населения*. (Работы Демографического института Академии наук) — Столбцы 1–12. // Вестник Академии наук СССР, № 1, 1933.
123. Подъячих П. Г. *Население СССР*. — М.: Гос. изд-во полит. лит-ры, 1961. — 192 с.
124. *Положение дел в связи с отсутствием продовольственной безопасности в мире* (ФАО, МФСР и ВПП. 2015). — Рим: Продовольственная и сельскохозяйственная организация Объединенных Наций (ФАО), 2015. — [1] + 70 с.
125. Пушкирев, Борис. *Невыясненные вопросы демографии России XX в.* — Сс. 12–15. (Доклад на 46-й конференции «ПОСЕВА») // Посев (Общественно-политический журнал). — № 2 (1505), февраль 2003.
126. Райхесберг Н. М. *Адольф Кетлэ. Его жизнь и научная деятельность*: Биограф. очерк д-ра Н. М. Райхесберга. — Санкт-Петербург: тип. Ю. Н. Эрлихъ, 1894. — 83 с. — (Жизнь замечательных людей. Биографическая библиотека Ф. Павленкова).
127. *Рафаель Лемкін. Радянський геноцид в Україні*. (Стаття 28 мовами) / В рамках програми «Уроки історії» (Міжнародний благодійний фонд «Україна 3000») / Редактор Роман Сербин, упорядник Олеся Стасюк. — Київ: Майстерня книги, 2009. — 208 с. (Укр.)
128. Ризниченко Г. Ю. *Математические модели в биофизике и экологии*. — Москва - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. — 184 с.
129. Ризниченко Г. Ю. *Лекции по математическим моделям в биологии*. — Изд. 2-е, испр. и доп. — М. - Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2011. — 560 с.
130. *Россия в годы Первой мировой войны: экономическое положение, социальные процессы, политический кризис.* / отв. Ред. Ю. А. Петров. — М.: Политическая энциклопедия, 2014. — 982 + [1] с.
131. *Россия в мировой войне 1914–1918 года* (в цифрах). — Москва: Центральное статистическое управление СССР. Отдел военной статистики, 1925. — 103 + [1] с.
132. Рыбаковский Л. Л. *Людские потери СССР и России в Великой отечественной войне*. — М.: Экон-Информ, 2010. — 140 с.

133. Рыбаковский Л. Л. *Политический террор 1937–1938 гг.* (к 75-летию сталинских репрессий в СССР). — (Проект «Аргументы истины») — М.: Экон-Информ, 2013. — 245 с.
134. Рязов Н. Н. *Общая теория статистики: Учебник для студ. экон. спец. вузов.* — 4-е изд., перераб и доп. — М.: Финансы и статистика, 1984. — 343 + [1] с.
135. *Сборник статистических материалов. 1990.* / Госкомстат СССР. — Москва: Финансы и статистика, 1991. — 352 с.
136. Сифман Р. И. *Динамика численности населения России за 1897–1914 гг.* — Сс. 62–82. // Брачность, рождаемость, смертность в России и в СССР. — Сб. статей. Под ред. А. Г. Вишневого. — М.: «Статистика», 1977. — 248 с.
137. *Современная российско-украинская историография голода 1932–1933 гг. в СССР.* / Науч. ред. В. В. Кондрашин. — М.: Российская политическая энциклопедия (РОССПЭН), 2011. — 471 с. — (История сталинизма)
138. Степанов, А. И. *Общие демографические потери населения России в период Первой мировой войны.* — Сс. 474 – 484. // Первая мировая война: Пролог XX века. / Отв. ред. В. Л. Мальков. (Российская академия наук. Институт общей истории. Ассоциация историков Первой мировой войны). — Сб. статей и выступлений. — Москва: Наука, 1998. — 693 с.
139. Стрельбицкий И. *Исчисление поверхности Российской империи в общем ее составе в царствование императора Александра III и смежных с Россией азиатских государств.* В прилож. — карта владений России. / Произвел И. Стрельбицкий, Генерального штаба генерал-майор и действ. член Международного статистич. института. — Санкт-Петербург: Военная Типография, 1889. — XIV + 134 с. + 1 отд. лист (карта) + 1 (Замеч. опечатки). NB! Написание слов — современное.
140. Тимирязев К. А. *Исторический метод в биологии.* — М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1942. — 256 с. — (Научно-популярная библиотека; Серия — Произведения классиков науки)
141. *Трагедия советской деревни. Коллективизация и раскулачивание. 1927 — 1939. Документы и материалы.* — В 5-ти томах. / Под ред. В. Данилова, Р. Маннинг, Л. Виолы. — М.: «Российская политическая энциклопедия» (РОССПЭН), 1999–2006.

- Т. 5. 1937–1939. Кн. 2. 1938–1939 / Под ред. В. Данилова. — М.: «Российская политическая энциклопедия» (РОСС-ПЭН), 2006. — 704 с.
142. Урланис Б. Ц. *Методы исчисления людских потерь от войн.* — Сс. 294–315. // *Проблемы демографической статистики : Сборник статей под редакцией акад. В. С. Немчинова.* (Академия наук СССР. Отделение экономических, философских и правовых наук). — М.: Гос. стат. изд-во, 1959. — 394 с.
143. Урланис Б. Ц. *Проблемы динамики населения СССР.* — М.: Наука, 1974. — 335 с. + 2 с.
144. Урланис Б. Ц. *Динамика уровня рождаемости в СССР за годы советской власти.* — Сс. 8–27. // *Брачность, рождаемость, смертность в России и в СССР.* — Сб. статей. Под ред. А. Г. Вишневого. — М.: Статистика, 1977. — 248 с.
145. Федоров Е. К. *Экологический кризис и социальный прогресс.* — Л.: Гидрометеиздат, 1977. — 176 с.
146. Шмальгаузен И. И. *Кибернетические вопросы биологии.* / Под общ. ред. и с предисл. Р. Л. Берг и А. А. Ляпунова. (Серия: Кибернетика в монографиях. 4). — Новосибирск: Наука, сиб. отделение, 1968. — 224 с.
147. Шумпетер Й. А. *История экономического анализа:* В 3-х томах. / Пер. с англ. под ред. В. С. Автономова. — СПб: Экономическая школа, 2004. (Серия: Университетская библиотека). — Т.1. — СПб: Экономическая школа, 2004; LVI + 496 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	iii
Благодарности .....	vi
Глава I. <b>ЛОГИСТИЧЕСКАЯ КРИВАЯ</b> .....	<b>1</b>
НАЗВАНИЯ S-ОБРАЗНЫХ КРИВЫХ .....	5
Объект .....	7
Глава II. <b>ИСТОРИЯ ВОПРОСА</b> .....	<b>10</b>
ФИБОНАЧЧИ .....	11
<i>Liber Abaci</i> .....	11
<i>Ряд Фибоначчи</i> .....	12
МАЛЬТУС .....	14
<i>Опыт о законе народонаселения</i> .....	14
Уильям Годвин .....	15
Маркиз де Кондорсе .....	16
<i>Суть «Опыта»</i> .....	17
Второе и последующие издания «Опыта» .....	23
Знаменитый пассаж .....	23
Не первый и не единственный .....	27
Почему Мальтус? .....	29
Критика «Опыта»: pro et contra .....	29
<i>Ситуация на сегодня</i> .....	31
Канада .....	34
Лишние люди .....	40
Рабочие места .....	42
Безусловный основной доход .....	44
Опыт Канады .....	45
Критика концепции БОД .....	46
Рейнкарнация закона о бедных .....	48
<i>Верим ли мы в прогресс</i> .....	49
Меняем парадигму? .....	49

<i>Итак</i> .....	50
ФЕРХЮЛЬСТ .....	51
Кетле .....	52
Механическая аналогия Кетле .....	54
Математическая модель Ферхюльста .....	59
<i>Четыре публикации</i> .....	60
1838 .....	60
1845 .....	63
1846 .....	67
1847 .....	68
Детерминистическая модель .....	69
Упоминания о публикациях Ферхюльста .....	70
РАЙМОНД ПИРЛ .....	71
Плодовитость ученого .....	71
<i>Закон роста популяции</i> .....	72
1907 .....	72
1920 .....	74
Парабола Притчетта .....	75
Логарифмическая кривая Пирла .....	76
<i>Предлагаемый закон роста</i> .....	78
1930 .....	80
1940 .....	80
1924 — уже закон .....	80
Сравнение с законами Кеплера и Бойля .....	82
Сначала — против, потом — за .....	82
1908 — Робертсон .....	83
1909 — Пирл критикует .....	85
Критика статей Робертсона .....	86
Открыватели логистической кривой .....	89
<i>Несимметричная кривая</i> .....	90
ГОМПЕРЦ .....	93
<b>Глава III. PRO et CONTRA</b> .....	<b>96</b>
PRO (ЗА) .....	96
<i>Опыты Пирла</i> .....	98
Программа исследований .....	98
Опыты с дрозофилой .....	100
Примеры роста .....	101
CONTRA (ПРОТИВ) .....	103
Эдвин Бидуэлл Уилсон .....	106
Борис Цезаревич Урланис .....	107
<b>Глава IV. СТРАННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ</b> .....	<b>111</b>
Выравнивание рядов динамики .....	111

<i>Вероятностный или детерминированный</i> .....	112
Ансамбль реализаций .....	113
<i>Математическое ожидание</i> .....	114
Идеальные условия .....	115
Идеализация условий опыта .....	115
Условия для закона народонаселения .....	117
<b>ЗАКОН ИЛИ НЕ ЗАКОН?</b> .....	118
Что есть закон? .....	118
Не закон .....	119
Какой закон ищем? .....	121
Вскрытые механизмы .....	122
<b>ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ ЗАКОН</b> .....	124
В чем феномен .....	124
<i>Кусочно-линейная аппроксимация</i> .....	126
<b>СТРАННАЯ СИТУАЦИЯ</b> .....	128
<b>МОЖНО ЛИ ОТФИЛЬТРОВАТЬ ПОМЕХИ?</b> .....	132
<b>Глава V. ПОТЕРИ НАРОДОНАСЕЛЕНИЯ</b> .....	<b>134</b>
<b>РЕКОНСТРУКЦИЯ</b> .....	135
График .....	137
Источники .....	137
Территория .....	140
<b>30-е (1930-1937)</b> .....	141
Существующие оценки потерь 30-х .....	145
Потери Украины в 30-е годы .....	149
Выбор скорости роста .....	149
Потери России в 30-е годы .....	151
<b>Геноцид или не геноцид</b> .....	153
Замечание .....	156
Помощь Украине .....	157
Сопоставление потерь .....	159
<b>Империи</b> .....	160
Рафаэль Лемкин .....	161
<b>40-е (1941-1949)</b> .....	163
Существующие оценки потерь 40-х .....	165
Численность на начало войны и после .....	166
<b>20-е (1918-1923)</b> .....	167
Существующие оценки потерь 20-х .....	170
<b>10-е (1914-1918)</b> .....	172
Существующие оценки потерь 1914-1918 .....	173
<b>Потери с 1914 года по 1949 год</b> .....	173
Проверка .....	175
Существующие оценки потерь 1914-1949 .....	177
Точка перегиба .....	179

Совмещение .....	179
<i>Результат</i> .....	179
Мужчин меньше .....	181
Репрессии .....	182
Демографический переход .....	182
ВТОРОЙ ЭТАП .....	183
Реальная и идеальная кривые .....	183
Мужчины и женщины .....	185
Нормальное соотношение .....	185
Насколько выше? .....	186
Это еще не все .....	187
Насколько круче? .....	188
<i>Первый этап проделан</i> .....	190
100-120 миллионов .....	190
Передаем эстафету .....	191
ИТОГ .....	192
<b>Глава VI. СРАВНЕНИЕ ДИНАМИК РАЗВИТИЯ .....</b>	<b>195</b>
Сравнение рядов динамики у Рязова .....	195
Кривая Фостера .....	196
Есть ли связь .....	198
О сравнении .....	202
<b>Глава VII. СКОЛЬКО .....</b>	<b>204</b>
Doomsday .....	204
Cohen .....	206
Совмещение кривых .....	207
<i>Интерпретация результатов</i> .....	208
состоялся как вид .....	211
еще один нюанс .....	211
цепная реакция .....	211
<i>Два сценария роста</i> .....	211
предельная численность .....	212
СОЛНЦЕ .....	213
<i>Тимирязев</i> .....	213
<i>Больцман</i> .....	214
<i>Вернадский</i> .....	216
Пищевая цепь .....	217
Социальные факторы .....	218
Кривая Гомперца .....	219
<b>Глава VIII. ЛОГИСТИКА .....</b>	<b>222</b>
Логистика и экономика .....	222
Логистика как вид практической деятельности .....	223

Логистика как наука .....	224
<b>Глава IX. КИБЕРНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ .....</b>	<b>226</b>
Особь и популяция.....	227
<i>Обеспечение энергией</i> .....	229
R-L-C схема .....	233
Динамика системы.....	236
<i>Динамические звенья</i> .....	236
Почему .....	238
<i>Метод электрических аналогий</i> .....	239
Максимальная мощность.....	240
Колебательный режим.....	240
Чарпан.....	241
Статические и динамические модели.....	244
И снова о законе .....	245
Заключение .....	246
ЛИТЕРАТУРА .....	251
ОГЛАВЛЕНИЕ .....	267

## **Авторские права**

1. Материал произведения является собственностью автора — Дроздюка А.В.

2. Разрешается использовать 20% от объема работы (книги) для цитирования без специального разрешения автора.

3. Бесплатно для некоммерческого использования.

4. Содержащиеся в данной работе иллюстрации (двухмерные изображения), не являющиеся собственностью автора данной работы, находятся в общественном достоянии всего человечества в связи со сроком давности как с момента смерти автора, так и с момента первой публикации и авторское право на них в связи с этим утратило свою силу.

5. Цитаты из первоисточников, защищенных авторскими правами, использованы с разрешения их авторов или заимствованы на условиях «честного поведения» («fair dealing») или «добросовестного использования», («fair use») — без специального разрешения владельцев авторских прав в связи с незначительными объемами использования.

## **От издательства**

Публикациями работ авторов издательство  
содействует  
распространению знаний,  
добавлению их  
в сокровищницу знаний человечества  
и надеется,  
что и читатель, внесет свою лепту туда же.

Как говорили древние:

**Do ut des**

**(Даю, чтобы и ты дал!)**

## **ОБ АВТОРЕ**

Дроздюк Андрей Валериевич, 1983 года рождения, закончил в 2007 году Торонтонский университет (UofT) по специальности информатика (computer science) и математика. Хобби: моделирование эволюционирующих систем, искусственный интеллект, нейронные сети, бальные танцы, спорт, музыка.

Научно-популярное издание

*Андрей Валериевич Дроздюк*

**Логистическая кривая**

Редактор М. М. Кумка  
Художественный редактор В. Н. Дроздюк  
Корректор В. Н. Дроздюк

95 3810 7 Литература по образованию, педагогическим наукам

Издательство «Choven Publishing Corp.»  
22 Riverwood Parkway #301  
Toronto, ON, M8Y 4E1  
CANADA  
[www.choven.ca](http://www.choven.ca)  
E-mail: [contact@choven.ca](mailto:contact@choven.ca)

По вопросам **приобретения** книги обращаться по адресу:  
[www.choven.ca](http://www.choven.ca)

Все **замечания** просим направлять по адресу:  
[contact@choven.ca](mailto:contact@choven.ca)





А. Дроздюк      ЛОГИСТИЧЕСКАЯ КРИВАЯ